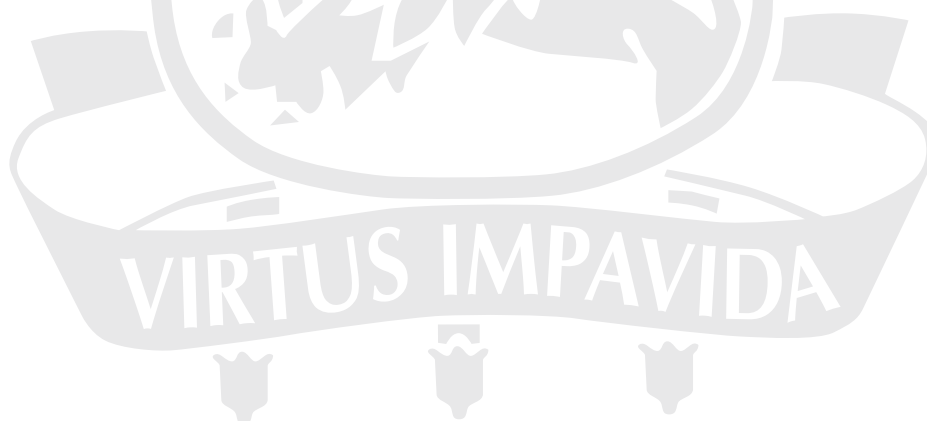


UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



**LUIZ GUEDES CALDEIRA**

ESQUEMAS DE CODIFICAÇÃO ESPÁCIO-TEMPORAL:  
ANÁLISE DE DESEMPENHO E ENUMERAÇÃO DO  
ESPECTRO DE DISTÂNCIAS



RECIFE, NOVEMBRO DE 2011.

**LUIZ GUEDES CALDEIRA**

**ESQUEMAS DE CODIFICAÇÃO ESPÁCIO-TEMPORAL:  
ANÁLISE DE DESEMPENHO E ENUMERAÇÃO DO  
ESPECTRO DE DISTÂNCIAS**

**Tese** submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica**

ORIENTADOR: CECILIO JOSÉ LINS PIMENTEL, PH.D.

Recife, Novembro de 2011.

©Luiz Guedes Caldeira, 2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

Luiz Guedes Caldeira

**Esquemas de Codificação Espaço-Temporal: Análise de Desempenho e  
Enumeração do Espectro de Distâncias**

‘Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Comunicações, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco’.

Prof. Rafael Dueire Lins, Ph.D.  
Coordenador do Programa de  
Pós-graduação em Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora:**

Cecilio José Lins Pimentel, Ph.D.  
Orientador  
Universidade Federal de Pernambuco

Bartolomeu F. Uchoa Filho, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina

Weiler A. Finamore  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Valdemar Cardoso da Rocha Jr., Ph.D.  
Universidade Federal de Pernambuco

Hélio Magalhães de Oliveira, Docteur  
Universidade Federal de Pernambuco

# DEDICATÓRIA

Ao meu pai, minha mãe (*in memoriam*) e à Lourdes (*in memoriam*).

# AGRADECIMENTOS

Me perdoem as pessoas que, por motivo de espaço ou esquecimento, eu não venha citá-las aqui.

Aos meus filhos Lenin, Leon e Carolina pela constante torcida.

À minha amada esposa Paula, eterna companheira.

À minha segunda mãe pelas suas orações. "Valeu Dona Nenem".

Ao IFPB nas pessoas do Diretor Geral Joabson Nogueira de Carvalho e do Coordenador do Curso de Engenharia Elétrica Alfredo Gomes Neto pelo constante incentivo, apoio e pelos fortes laços de amizade que nos une.

À UFPE pela grande oportunidade que me concedeu.

Aos amigos da pós-graduação pelo excelente convívio.

Aos professores do PPGEE da UFPE pela importante contribuição em minha formação, em especial aos sempre amigos, prestativos e carismáticos professores Hélio Magalhães de Oliveira e Ricardo Menezes Campello de Souza.

Ao professor Cecilio José Lins Pimentel, pela paciente orientação, amizade e grande parceria neste trabalho, a minha eterna gratidão.

LUIZ GUEDES CALDEIRA

Recife, 25 de Novembro de 2011.

Resumo da Tese apresentada à UFPE como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

## **ESQUEMAS DE CODIFICAÇÃO ESPÁCIO-TEMPORAL: ANÁLISE DE DESEMPENHO E ENUMERAÇÃO DO ESPECTRO DE DISTÂNCIAS**

**Luiz Guedes Caldeira**

Novembro/2011

**Orientador:** Cecilio José Lins Pimentel, Ph.D.

**Área de Concentração:** Comunicações

**Palavras-chaves:** modulação codificada em treliça, códigos espaço-temporais, espectro de distâncias, função de transferência, códigos turbo, probabilidade de erro.

**Número de páginas:** XI + 76

Esta tese apresenta uma técnica para calcular limitantes expurgados da probabilidade do primeiro evento erro de códigos espaço-temporais operando em canais com desvanecimento quase estático. Um novo método para identificação de eventos erro dominantes nestes canais é proposto. Um algoritmo para o cálculo do espectro de distâncias que manipula algebricamente os elementos da matriz adjacência destes códigos também é apresentado. Inicialmente este algoritmo é utilizado em esquemas com uma antena transmissora e uma antena receptora e depois é expandido para esquemas com múltiplas antenas. Na sequência, esta técnica é generalizada para códigos espaço-temporais concatenados em paralelo via um entrelaçador (STTuC - do inglês *space time turbo codes*). Para estes códigos é apresentado um algoritmo que incorpora à matriz adjacência o efeito da perfuração. Os limitantes expurgados obtidos com a técnica apresentada mostram-se robustos para códigos com diferentes critérios de construção e uma ampla faixa de relação sinal ruído.

Abstract of Thesis presented to UFPE as a partial fulfillment of the requirements for the degree of  
Doctor in Electrical Engineering

**SPACE-TIME CODING SCHEMES: PERFORMANCE  
ANALYSIS AND DISTANCE SPECTRUM ENUMERATION**

**Luiz Guedes Caldeira**

November/2011

**Supervisor:** Cecilio José Lins Pimentel, Ph.D.

**Area of Concentration:** Communication

**Keywords:** trellis coded modulation, space-time codes, distance spectrum, transfer function, turbo codes, error probability.

**Number of pages:** XI +76

This thesis presents a technique for evaluating expurgated bounds on the first error event probability of space-time codes operating in quasi-static fading channels. A new method for identification of dominant error events in these channels is proposed. An algorithm for evaluating the distance spectrum that algebraically manipulates the entries of the adjacency matrix of these codes is also presented. This algorithm is initially used in schemes with one transmitting antenna and one receiving antenna and then it is extended to schemes with multiple antennas. Next, this technique is generalized to space-time codes concatenated in parallel via an interleaver denoted by space time turbo codes (ST-TuC). For these codes it is presented an algorithm that takes into account the puncturing effect into their adjacency matrix. The expurgated bounds obtained with the presented technique is shown to be robust for codes with different construction criteria and for a wide range of signal to noise ratio.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Objeto do Estudo . . . . .	2
1.2	Contribuição da Literatura para o Cálculo do Limitante da União . . . . .	3
1.3	Contribuição desta Tese . . . . .	4
1.4	Organização desta Tese . . . . .	5
<b>2</b>	<b>LIMITANTES DE DESEMPENHO PARA TCM</b>	<b>7</b>
2.1	Probabilidade de um Evento Erro . . . . .	7
2.2	Algoritmo para o Cálculo do Espectro de Distâncias de TCM . . . . .	11
2.2.1	Algoritmo para a Obtenção da Função de Transferência de Códigos TCM . . . . .	14
2.2.2	Algoritmo Recursivo para o Cálculo do Espectro de Distâncias Truncado de TCM . . . . .	16
2.3	Identificação de Códigos Catastróficos . . . . .	20
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DE DESEMPENHO E LIMITANTES DE CÓDIGOS ESPÁCIO-TEMPORAIS</b>	<b>22</b>
3.1	PEP para STTC em Canais com Desvanecimento Quase-Estático . . . . .	22
3.1.1	STTC com Seleção das Antenas Transmissoras . . . . .	24
3.2	Limitantes de Desempenho de STTCs . . . . .	25
3.3	Algoritmo Para o Cálculo do Espectro de EEMs de ordem $N$ . . . . .	27
3.4	Espectro de EEMs . . . . .	29
3.5	Cálculo da FER . . . . .	32
3.6	Identificando as EEMs Dominantes . . . . .	33
3.7	Resultados . . . . .	35
3.7.1	Seleção (TAS) e correlação entre as antenas de transmissão . . . . .	42
<b>4</b>	<b>CÓDIGOS ESPÁCIO-TEMPORAIS TURBO</b>	<b>47</b>
4.1	Esquema STTuC . . . . .	48
4.1.1	Entrelaçador . . . . .	50
4.2	Limitante de STTuC em Canais com Desvanecimento Quase Estático . . . . .	51
4.2.1	Efeito da Perfuração . . . . .	52
4.2.2	Algoritmo Para a Obtenção de $\mathbf{B}_{punc}$ . . . . .	55
4.2.3	Efeito do Entrelaçador . . . . .	57



4.3 EEMs dos STTuCs . . . . .	58
4.4 Resultados . . . . .	59
<b>5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>66</b>
5.1 Sugestão de Trabalhos Futuros . . . . .	67
<b>Apêndice A PUBLICAÇÕES</b>	<b>69</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>71</b>

# LISTA DE TABELAS

2.1	Espectro de distâncias de quarta ordem do código TCM do Exemplo 2.1. . . . .	19
2.2	Espectro de distâncias de terceira ordem do código MTCM do Exemplo 2.4. . . . .	21
3.1	Espectro de EEMs para $N = 6$ e $N = 4$ dos STTCs [10]. . . . .	31
3.2	Espectro de EEMs para $N = 6$ e $N = 4$ dos STTCs [12]. . . . .	32
3.3	Espectro de EEMs para $N = 6$ e $N = 7$ dos STTCs [15]. . . . .	33
3.4	$\bar{X}_i$ para os STTCs [10], [12] e [15], para o canal Rayleigh. . . . .	36
3.5	$\bar{X}_i$ para os STTCs [10] e [15] para o canal Rice ( $K_R = 3$ dB). . . . .	37
3.6	$\bar{X}_i$ para o STTC [12] para o canal Rice ( $K_R = 3$ dB). . . . .	38
3.7	Conjuntos dominantes $\mathcal{S}^{\iota^*}$ dos STTCs [10, 12, 15] para os canais Rayleigh e Rice. . . . .	39
4.1	Rotulamento do STTC [10] (8 estados), QPSK, nas versões recursiva e não recursiva. . . . .	49
4.2	Rotulamento do STTC [10] (8 estados), 8PSK, nas versões recursiva e não recursiva. . . . .	49
4.3	Espectro de EEMs para os STTuCs [22], QPSK e 8PSK, ambos com 8 estados. . . . .	59
4.4	Espectro de EEMs para os STTuCs QPSK (4 estados) e 8PSK (8 estados) de [23]. . . . .	60
4.5	Classificação das EEMs dos STTuCs [22], QPSK e 8PSK, ambos com 8 estados. . . . .	61
4.6	Classificação das EEMs dos STTuC [23], QPSK (4 estados) e 8PSK (8 estados). . . . .	62
4.7	Conjuntos dominantes $\mathcal{S}^{\iota^*}$ dos STTuCs [22] e [23]. . . . .	62

# LISTA DE FIGURAS

2.1	Evento erro simples. . . . .	8
2.2	Evento erro duplo. . . . .	9
2.3	Mapeamento dos símbolos na constelação QPSK. . . . .	14
2.4	Treliça do codificador MTCM do Exemplo 2.4 e o mapeamento dos símbolos 8PSK. . . . .	20
3.1	Esquema STTC com $n_T$ antenas transmissoras e $n_R$ antenas receptoras. . . . .	23
3.2	Treliça do STTC [10], QPSK, 4 estados e o mapeamento da constelação QPSK. . . . .	28
3.3	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [10], 4 estados, canal Rayleigh. $\iota^* = 2$ . . . . .	40
3.4	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [10], 8 estados, canal Rayleigh. $\iota^* = 3$ . . . . .	40
3.5	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [12], 4 estados, canal Rayleigh. $\iota^* = 2$ . . . . .	40
3.6	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [12], 8 estados, canal Rayleigh. $\iota^* = 6$ . . . . .	40
3.7	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [15], 4 estados, $n_R = 1$ , canal Rayleigh. $\iota^* = 2$ . . . . .	40
3.8	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [15], 8 estados, $n_R = 1$ , canal Rayleigh. $\iota^* = 3$ . . . . .	40
3.9	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [10], 4 estados, canal Rice. $\iota^* = 4$ . . . . .	41
3.10	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [10], 8 estados, canal Rice. $\iota^* = 8$ . . . . .	41
3.11	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [12], 4 estados, canal Rice. $\iota^* = 4$ . . . . .	41
3.12	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [12], 8 estados, canal Rice. $\iota^* = 19$ . . . . .	41
3.13	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [15], 4 estados, $n_R = 1$ , canal Rice. $\iota^* = 4$ . . . . .	41
3.14	$FER^t \times \iota$ , para o STTC [15], 8 estados, $n_R = 1$ , canal Rice. $\iota^* = 6$ . . . . .	41
3.15	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [10], 4 estados ( $\mathcal{S}^2$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^3$ ), canal Rayleigh. . . . .	43
3.16	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [12], 4 estados ( $\mathcal{S}^2$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^6$ ), canal Rayleigh. . . . .	43
3.17	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [15], 4 estados ( $\mathcal{S}^2$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^3$ ), canal Rayleigh. . . . .	43
3.18	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [10], 4 estados ( $\mathcal{S}^4$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^8$ ), canal Rice. . . . .	44
3.19	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [12], 4 estados ( $\mathcal{S}^4$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^{19}$ ), canal Rice. . . . .	44
3.20	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [15], 4 estados ( $\mathcal{S}^4$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^6$ ), canal Rice. . . . .	44
3.21	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [10], de 8 estados, $n_R = 1$ (Rayleigh), $L = 500$ , $\mathcal{S}^3$ . . . . .	45
3.22	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [10], 4 estados (Rayleigh), esquema TAS/MRC. . . . .	45
3.23	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [10], 8 estados, $n_R = 1, 2$ (Rayleigh), $\rho = 0.4$ . . . . .	46
3.24	$FER \times \text{SNR}$ , STTC [12], 8 estados, $n_R = 1, 2$ (Rayleigh), $\rho = 0.4$ . . . . .	46
4.1	Diagrama em blocos de um STTuC perfurado e duas antenas transmissoras. . . . .	48
4.2	Treliça do STTC componente do STTuC [23] (4 estados) e o mapeamento na constelação QPSK. . . . .	49

4.3	Treliça do STTC componente do STTuC [23] (8 estados) e o mapeamento na constelação 8PSK. . . . .	50
4.4	DSE aberto de um STTC hipotético com 3 estados. . . . .	52
4.5	DSE aumentado do STTC da Figura 4.4, e as transições com e sem perfuração. . . . .	53
4.6	Quadro resumo do cálculo do espectro de EEMs $(a_{\mathbf{A}_i}^{\text{STTuC}}, \mathbf{A}_i^{\text{STTuC}})$ de um STTuC. . . . .	58
4.7	$\text{FER}^l \times \iota$ , STTuC [22], QPSK, 8 estados, SNR = 13 dB e 17 dB. $\iota^* = 6$ . . . . .	63
4.8	$\text{FER}^l \times \iota$ , STTC [22], 8PSK, 8 estados, SNR = 17 dB e 21 dB. $\iota^* = 6$ . . . . .	63
4.9	$\text{FER}^l \times \iota$ , STTuC [23], QPSK, 4 estados, $n_R = 2$ , SNR = 8 dB e 12 dB. $\iota^* = 5$ . . . . .	63
4.10	$\text{FER}^l \times \iota$ , STTC [23], 8PSK, 8 estados, $n_R = 2$ , SNR = 10 dB e 17 dB. $\iota^* = 5$ . . . . .	63
4.11	$\text{FER} \times \text{SNR}$ para o STTuC [22], QPSK, 8 estados. . . . .	64
4.12	$\text{FER} \times \text{SNR}$ para o STTuC [22], 8PSK, 8 estados. . . . .	64
4.13	$\text{FER} \times \text{SNR}$ para o STTuC [23], QPSK, 4 estados. . . . .	65
4.14	$\text{FER} \times \text{SNR}$ para o STTuC [23], 8PSK, 8 estados. . . . .	65

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

O desempenho de esquemas de transmissão digital empregando modulação codificada em treliça (TCM - *trellis coded modulation*) tem sido objeto de estudo desde os anos 80 quando se pesquisava um modo de transmitir informação entre MODEMs com maior eficiência em taxa e largura de banda. A consolidação de uma regra de construção de códigos TCM para canais modelados com ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN - *aditive white Gaussian noise*) foi apresentada por G. Ungerboeck<sup>1</sup> em [1]

Em um sistema de comunicações móveis, devido a reflexões em objetos, o sinal pode trafegar entre o transmissor e receptor por múltiplos percursos. Este fenômeno, normalmente, causa uma ação destrutiva na recepção do sinal, denominada de desvanecimento por múltiplos percursos, ou simplesmente desvanecimento. Critérios de construção de códigos TCM para canais com desvanecimento foram inicialmente propostos em [2] e [3] e vários códigos baseados nestes critérios foram construídos [4–7].

Os estudos feitos por Foschini [8] e Telatar [9] mostraram que esquemas de transmissão com múltiplas antenas (MIMO - *multiple input multiple output*) em canais com desvanecimento, têm sua capacidade aumentada em relação a esquemas de transmissão com somente uma antena de transmissão e uma antena de recepção.

Com o objetivo de combinar os efeitos benéficos de esquemas TCM com a diversidade espacial de esquemas MIMO, uma nova classe de códigos foi proposta por V. Tarokh<sup>2</sup> em [10] e receberam a

---

<sup>1</sup>G. Ungerboeck recebeu os seguintes prêmios *The R. W. Hamming Medal (1994)*, *The Marconi Prize (1996)*, *The Australia Prize (1997)*

<sup>2</sup>V. Tarokh recebeu, dentre outros prêmios, o *IEEE Information Theory Society Prize Paper Award (1999)*, *A. T. Waterman Prize (2001)*.

denominação de códigos espaço-temporais em treliça (STTC - *space-time trellis codes*). Nas últimas décadas houve um grande crescimento do estudo de esquemas STTC [ 11–15].

A concatenação de codificadores convolucionais sistemáticos e recursivos em paralelo (denominados de códigos componentes), via um entrelaçador, foi introduzida por C. Berrou, A. Glavieux e P. Thitimajshima<sup>3</sup>, em 1993 [16]. Este esquema de codificação ficou conhecido como códigos turbo (TC - *turbo codes*). A idéia de combinar TC com modulações multi-fase/nível (TuCM - *turbo coded modulation*), de modo a aumentar a eficiência espectral, tem gerado muitas propostas de esquemas turbo de transmissão. Em [17–19] foram apresentados esquemas TuCM com 8 estados e desempenho superior aos códigos TCM de 64 estados. Os esquemas TuCM citados anteriormente empregam uma única antena na transmissão e uma única antena na recepção.

A combinação de STTC com as vantagens da codificação turbo, conhecida como códigos espaço-temporais turbo (STTuC - *space time turbo codes*), tem mostrado ser muito poderosa, possibilitando tais esquemas operarem com baixas taxas de erro em relação aos esquemas STTC. Tais esquemas consistem basicamente da concatenação paralela de dois STTC componentes, sendo que um recebe a informação diretamente e o outro via um entrelaçador. O processo de decodificação utiliza um algoritmo iterativo que troca informação entre os decodificadores componentes proporcionando uma maior confiabilidade na decisão. Vários esquemas STTuCs foram propostos na literatura [ 20–23].

## 1.1 Objeto do Estudo

Uma estratégia comumente adotada para se obter uma aproximação analítica para a probabilidade de erro de sistemas codificados em treliça consiste em empregar uma técnica conhecida como limitante da união [24] para o cálculo da probabilidade do primeiro evento erro. Esta probabilidade para diversos tipos de canais com recepção de máxima verossimilhança está diretamente relacionada com o espectro de distâncias do código [24].

Como o limitante da união pode não convergir para canais com desvanecimento (o limitante da união pode ser maior que um para uma dada realização do desvanecimento [ 25]), uma aproximação do limitante da união, denotado de limitante da união expurgado (ou simplesmente limitante expurgado), é obtida considerando-se apenas os termos dominantes do espectro de distâncias [ 26, 27].

A função de transferência é uma técnica algébrica para enumerar o espectro de distâncias. Como os esquemas TCM, STTC e STTuC normalmente não são baseados em códigos geometricamente

---

<sup>3</sup> C. Berrou *et al.* receberam os prêmios *IEEE Information Theory Society Prize Paper Award (1997)*, *Medaille Ampère (1997)*, *Stephen Rice Award (1997)*, *IEEE Golden Jubilee Award for innovation (1998)*, *The Marconi Prize 2005* pela invenção dos códigos turbo.

uniformes [28], a enumeração deste espectro através da função de transferência torna-se uma tarefa trabalhosa, pois a enumeração é feita a partir de um diagrama de super estados (DSE) do codificador, onde o número de estados do DSE é igual ao quadrado do número de estados do codificador original e as sequências a serem enumeradas perdem a característica de linearidade quando ocorre o mapeamento da sequência binária para os símbolos complexos da constelação de sinais. Esta perda de linearidade impede a fixação de uma sequência toda zero para o cálculo do espectro de distâncias, como ocorre no caso dos códigos geometricamente uniformes, aumentando de forma considerável a complexidade destes cálculos. Para a enumeração de esquemas de modulação codificada em geral, torna-se bastante viável a concepção de algoritmos eficientes para atuarem com estes tipos de códigos.

Pode-se realizar a obtenção do limitante da união expurgado em dois passos: i) o emprego do algoritmo para a obtenção do espectro de distâncias e ii) a classificação de importância dos parâmetros obtidos do espectro, selecionando assim os termos dominantes. Na seção a seguir, será detalhada a contribuição na literatura do cálculo do limitante da união.

## 1.2 Contribuição da Literatura para o Cálculo do Limitante da União

Em [29], foi descrito um algoritmo que calcula os principais parâmetros do espectro de distâncias de um esquema TCM em canais AWGN. Este algoritmo baseia-se em uma busca exaustiva no DSE de pares de sequências calculando as suas distâncias Euclidianas e respectivas multiplicidades médias. Este algoritmo é conhecido como Algoritmo Geral (GA - *general algorithm*). A maioria dos algoritmos de enumeração do espectro de distâncias de esquemas TCM, STTC ou STTuC disponíveis na literatura são baseados em alguma modificação do GA [25].

Para o cálculo do limitante, com poucas exceções [30, 31], tem-se utilizado o limitante da união expurgado. O expurgo sempre converge para um critério de retirar um conjunto de parâmetros não dominantes do espectro de distâncias de forma a obter um limitante mais apertado possível. Para esquemas TCM em canais AWGN e com transmissão e recepção por uma única antena, a classificação de importância dos parâmetros baseia-se na escolha da menor distância Euclidiana.

A análise de desempenho baseada na função de transferência de TuCM com uma única antena na transmissão e uma única antena na recepção em [18] foi estudada em [19] para canais AWGN. Para o caso de canais MIMO, tem-se um estudo do limitante superior em [32] para o desempenho de TuCM com desvanecimento, onde aplicaram-se análises similares às utilizadas em [33] e [34].

Em canais MIMO, define-se uma matriz cujas linhas são formadas pelas sequências transmitidas

pelas antenas e cujo número de colunas é igual ao tamanho do bloco formado por estas sequências transmitidas através do canal. A diferença entre esta matriz de sinais e uma outra matriz de sinais representando um provável evento erro resulta em uma matriz diferença que após operações adequadas produzirá a matriz de evento erro (EEM - *error event matrix*). Considera-se nesta tese que o desvanecimento permaneça constante durante a transmissão de um bloco e que mude independentemente de bloco para bloco. Neste tipo de canal, as distâncias Euclidianas são representadas pelos determinantes destas matrizes e a diversidade espacial pelo seu posto.

Em [25] foi obtido um critério de classificação destes parâmetros baseado no determinante das EEMs, cujos termos dominantes foram os conjuntos de EEMs que possuíam os menores determinantes. Para canais MIMO com codificação turbo (STTuC), os critérios de classificação também são praticamente os mesmos empregados em STTC [22], visto que STTCs são códigos componentes do esquema turbo.

Em geral, as propostas de enumeração de STTuCs perfurados encontrados na literatura baseiam-se primeiramente na enumeração das sequências binárias do DSE do codificador componente para posteriormente mapear as sequências binárias nas sequências complexas [33–35] e em seguida é utilizada alguma modificação do GA [29], proporcionando desta forma um elevado esforço computacional.

### **1.3 Contribuição desta Tese**

O objetivo principal desta tese é propor um método eficiente de enumeração do espectro de distâncias, sob o aspecto da eficiência computacional, de esquemas TCM, STTC e STTuC, para análise de desempenho a partir de suas respectivas funções de transferência, empregando algoritmos completamente matriciais, que manipulam algebricamente os elementos da matriz adjacência do DSE tornando fácil a sua implementação em qualquer linguagem de programação simbólica. Foi desenvolvido um novo método de classificação de importância dos parâmetros do espectro de distâncias de STTC e STTuC.

São propostos dois algoritmos: um que calcula a função de transferência completa e outro que calcula o espectro de distâncias truncado para esquemas TCM, STTC e STTuC [36]. Estes algoritmos não realizam uma busca sistemática na treliça do codificador como o GA [29], tornando-se computacionalmente mais eficientes.

Com relação à classificação de importância dos parâmetros do espectro de distâncias em canais MIMO, foi proposto um método que analisa a importância individual da EEM no limitante expur-



gado. Devido à natureza aleatória da relação sinal ruído em canais com desvanecimento, o conjunto de eventos erro mais significantes podem variar de bloco para bloco transmitido. Foi considerada a ordem de dominância como uma variável aleatória e foi adotado o valor esperado desta variável aleatória como um critério para identificar o conjunto de EEMs dominantes.

Em geral, o cálculo do limitante é feito inicialmente condicionando a probabilidade de erro de um par de sequências (entre o percurso correto e o errado) para um dado valor do desvanecimento e posteriormente fazendo uma média desta probabilidade condicionada sobre a distribuição de probabilidades do desvanecimento.

Nesta tese é utilizada uma técnica de simulação semi-analítica que dispensa a integração numérica sobre a distribuição do desvanecimento, tornando a simulação computacionalmente mais eficiente. Comparações com os resultados de simulação comprovam que os limitantes expurgados obtidos são apertados para uma variada classe de códigos da literatura com critérios de construção diferentes e modelos de canais com desvanecimento Rayleigh e Rice, com e sem correlação entre as antenas transmissoras. O caso de seleção de antenas transmissoras [37] também é utilizado. A literatura apresenta limitantes de STTC apenas para canais Rayleigh e sem seleção de antenas.

Para a obtenção do limitante expurgado para STTuCs perfurados foi utilizado um algoritmo completamente matricial. O STTC, código componente do esquema STTuC, é representado pela sua matriz adjacência associada ao respectivo DSE. Para considerar o efeito da perfuração à matriz adjacência do STTC, o algoritmo expande o número de estados do DSE resultando em uma nova matriz adjacência associada a este novo DSE aumentado. Ao final é feita uma análise da multiplicidade média do STTuC levando-se em consideração o efeito do entrelaçamento. Esta pesquisa gerou as publicações listadas no Apêndice A.

## 1.4 Organização desta Tese

Esta tese está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2 é derivada a expressão da probabilidade de erro entre duas sequências transmitidas (PEP - *pairwise error probability*) em esquemas TCM e a seguir serão mostrados dois algoritmos, todos matriciais, para o cálculo da função de transferência completa e do espectro de distâncias truncado de tais esquemas.

No Capítulo 3 é apresentado um algoritmo para calcular o espectro de distâncias de STTC que manipula iterativamente os elementos da matriz de transição de um diagrama de super estados. Neste capítulo é apresentada também uma técnica semi-analítica para o cálculo da taxa de erro de bloco (FER - *frame error rate*) de um esquema de transmissão empregando STTC, utilizando uma nova

técnica de expurgo das matrizes enumeradas em tal espectro. No Capítulo 4 é apresentado um algoritmo para o cálculo do espectro de distâncias de STTuC, aplicando uma versão modificada do algoritmo apresentado no capítulo anterior. Finalmente, no Capítulo 5 tem-se as principais conclusões.

## CAPÍTULO 2

# LIMITANTES DE DESEMPENHO PARA TCM

Neste capítulo será derivada a expressão para a probabilidade do primeiro evento erro entre duas sequências transmitidas em esquemas TCM. A seguir serão mostrados dois algoritmos, ambos matriciais, para o cálculo da função de transferência completa e do espectro de distâncias truncado de tais esquemas.

### 2.1 Probabilidade de um Evento Erro

A sequência de símbolos pertencentes a uma dada constelação de sinais complexos que é transmitida em esquemas de transmissão empregando TCM está associada um caminho (sequência de estados), em uma treliça, que é determinado unicamente pela sequência de informação na entrada do codificador e pelo seu estado inicial.

O decodificador usa uma treliça idêntica à do transmissor para estimar a sequência mais provável de ter sido transmitida. Considere que, devido à ação ruidosa do canal, a sequência decodificada discorde da sequência transmitida a partir de um certo instante de tempo  $j$ . Considere ainda que o decodificador segue um caminho errado por vários intervalos de transmissão e volte a concordar com o caminho correto em um dado instante de tempo futuro. Esta situação de discordância, denominado de evento erro, é ilustrado na Figura 2.1. Na figura, a linha cheia indica o percurso correto  $c$  (sequência transmitida) e as linhas pontilhadas indicam os eventos erro,  $e_1$  e  $e_2$ , que são os possíveis percursos decodificados.

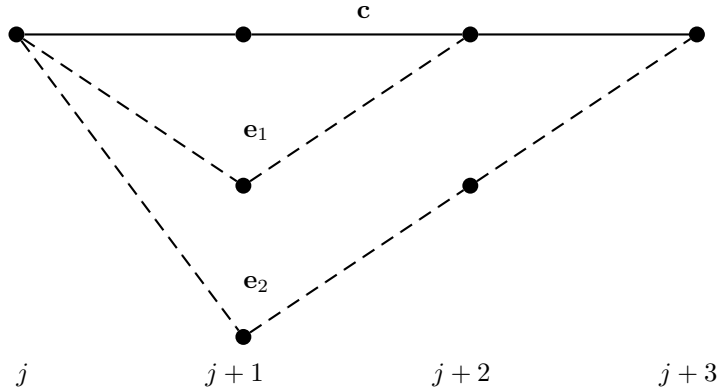


Figura 2.1: Ilustração de um evento erro. A linha cheia indica o percurso correto  $c$  e as linhas pontilhadas indicam os eventos erro  $e_1$  e  $e_2$ .

Algumas medidas são tipicamente usadas para avaliar o desempenho de sistemas em treliça dentre as quais destacamos a probabilidade de erro de um bloco para um dado comprimento, denotada por  $P_f$  ou FER e a probabilidade de erro de um símbolo binário, denotada por  $P_b$  ou taxa de erro de bit (BER - *bit error rate*). O cálculo exato destas probabilidades é extremamente complexo e não existem métodos eficientes para determiná-los. Podemos obter limitantes superiores, usando uma medida de desempenho que seja mais viável de ser calculada, como por exemplo a probabilidade do primeiro evento erro.

Seja  $e_i$  o  $i$ -ésimo evento erro que pertence a  $\varepsilon_j$ , o conjunto de todos os caminhos incorretos que iniciam no instante  $j$ , e retornam ao caminho correto em algum instante futuro. A probabilidade que o primeiro evento erro ocorra no instante de tempo  $j$ ,  $P_{\text{fev}|\mathbf{c}}^j$ , dado um percurso correto  $\mathbf{c}$ , é dada por:

$$P_{\text{fev}|\mathbf{c}}^j = P \left( \bigcup_{e_i \in \varepsilon_j} e_i | \mathbf{c} \right). \quad (2.1)$$

Esta probabilidade depende dos instantes em que estes caminhos divergem. Para obtermos a probabilidade não condicional,  $P_{\text{fev}}^j$ , devemos efetuar uma média ao longo de todos os caminhos corretos:

$$P_{\text{fev}}^j = \sum_{\mathbf{c}} P(\mathbf{c}) P \left( \bigcup_{e_i \in \varepsilon_j} e_i | \mathbf{c} \right). \quad (2.2)$$

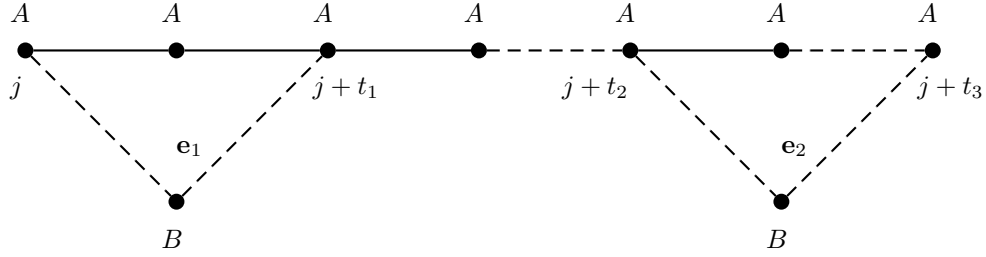


Figura 2.2: Ilustração de um evento erro duplo, a linha cheia indica o percurso correto  $\mathbf{c}$  e as linhas pontilhadas indicam os eventos erro  $\mathbf{e}_1$  e  $\mathbf{e}_2$ .

Aplicando o limitante da união em (2.2) obtemos:

$$P_{\text{fev}}^j \leq \sum_{\mathbf{c}} P(\mathbf{c}) \sum_{\mathbf{e}_i \in \varepsilon_j} P(\mathbf{e}_i | \mathbf{c}). \quad (2.3)$$

No cálculo de (2.3) estamos considerando eventos erro ocorrendo em uma treliça de duração infinita de um código invariante no tempo, cujos possíveis eventos erro são idênticos para todo  $j$ . Seja  $\varepsilon$  o conjunto de todos os caminhos do primeiro evento erro que começam em um instante de tempo arbitrário, porém fixo, em uma treliça invariante no tempo. Sendo assim, o limitante (2.3) independe de um instante  $j$  específico, resultando na probabilidade do primeiro evento erro  $P_{\text{fev}}$  limitada por:

$$P_{\text{fev}} \leq \sum_{\mathbf{c}} P(\mathbf{c}) \sum_{\mathbf{e}_i \in \varepsilon} P(\mathbf{e}_i | \mathbf{c}). \quad (2.4)$$

Observa-se em (2.4) que foram retirados todos os índices  $j$  que indicam o instante de tempo considerado, devido à independência da equação com o tempo. A probabilidade condicional  $P(\mathbf{e}_i | \mathbf{c})$  de o  $i$ -ésimo caminho em  $\varepsilon$  ser o caminho decodificado envolve apenas duas hipóteses e é convenientemente denotada por  $P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}_i)$ . Esta probabilidade é denominada de PEP. Por conveniência o subscrito de  $\mathbf{e}_i$  será suprimido, sendo (2.4) reescrita da forma:

$$P_{\text{fev}} \leq \sum_{\mathbf{c}} P(\mathbf{c}) \sum_{\mathbf{e}} P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}). \quad (2.5)$$

Em geral, o caminho decodificado pode conter vários eventos erro. A Figura 2.2 ilustra um caminho correto  $\mathbf{c}$  especificado pela sequência de estados  $AA \dots A$  e os 2 caminhos  $\mathbf{e}_1$ , dado pela sequência de estados  $ABAA \dots A$ , e  $\mathbf{e}_2$ , dado pela sequência de estados  $AA \dots ABA$ . Assuma que no instante

$j + t_1$  o caminho correto  $\mathbf{c}$  foi eliminado pelo decodificador em favor do caminho  $\mathbf{e}_1$  iniciado no instante  $j$ . Se, a partir do instante  $j + t_2$ , o incremento da métrica acumulada é tal que um segundo evento erro iniciará no instante  $j + t_2$  e um terceiro caminho ABAA...A...AA...ABA será selecionado. Neste caso, o trecho em erro que inicia em  $j + t_2$  não caracteriza um primeiro evento erro mas um duplo evento erro. Note que, se  $\mathbf{e}_2$  fosse comparado com  $\mathbf{c}$ , um primeiro evento erro aconteceria no instante  $j + t_2$ .

Defina  $P_e$  como a probabilidade de um evento erro acontecer em um intervalo de tempo arbitrário, mas fixo, da treliça. Esta probabilidade é limitada por:

$$P_e \leq P_{\text{fev}}. \quad (2.6)$$

O evento  $\mathbf{e}_1$  é uma condição necessária, mas não suficiente, para iniciar um erro em um instante de tempo da treliça [38]. Finalmente, combinando (2.5) e (2.6), obtém-se:

$$P_e \leq \sum_{\mathbf{c}} P(\mathbf{c}) \sum_{\mathbf{e}} P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}). \quad (2.7)$$

Considerando o canal corrompido pelo ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN),  $P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e})$  pode ser calculada por [39]:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e}) = Q\left(\sqrt{d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \frac{RE_b}{2N_0}}\right), \quad (2.8)$$

onde  $R$  é a taxa do código em bits por símbolo,  $E_b/N_0$  é a relação sinal ruído por símbolo binário e  $d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  é a distância Euclidiana quadrada normalizada entre as sequências de símbolos complexos de modulação  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$ . A normalização é tal que a energia média da constelação utilizada seja unitária e  $Q(\cdot)$  é integral da cauda Gaussiana dada por:

$$Q(\alpha) \leq \int_{\alpha}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

Substituindo (2.8) em (2.7) obtém-se:

$$P_e \leq \sum_{\mathbf{c}} P(\mathbf{c}) \sum_{\mathbf{e}} Q\left(\sqrt{d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \frac{RE_b}{2N_0}}\right). \quad (2.9)$$

A Equação (2.9) pode ser rearranjada da forma:

$$P_e \leq \sum_{d_i^2 \in \mathcal{D}} A_i Q\left(\sqrt{d_i^2 \frac{RE_b}{2N_0}}\right), \quad (2.10)$$

onde  $A_i$  é a multiplicidade média com que a distância Euclidiana quadrada  $d_i^2$  ocorre entre as sequências  $\mathbf{c}$  e  $\mathbf{e}$  e  $\mathcal{D}$  é o conjunto de distâncias entre as distintas sequências do código. Um limitante para

a probabilidade de erro de bit,  $P_b$ , é obtido considerando que eventos erro com distância  $d_i^2$  têm em média  $B_i$  bits de informação em erro e como o código processa  $k_c$  bits de informação por intervalo de sinalização, tem-se [24]:

$$P_b \leq \frac{1}{k_c} \sum_{d_i^2 \in \mathcal{D}} B_i Q \left( \sqrt{d_i^2 \frac{RE_b}{2N_0}} \right). \quad (2.11)$$

A próxima seção apresentará um algoritmo matricial que enumera os pares de sequências com distâncias  $d_i^2$  presentes no código TCM, cujo conjunto de pares é denominado de espectro de distâncias do código.

## 2.2 Algoritmo para o Cálculo do Espectro de Distâncias de TCM

Considere um sistema de comunicação digital onde a cada intervalo de sinalização o codificador (com  $\nu$  elementos de memória e  $2^\nu$  estados), mapeia  $k_c$  bits de informação em  $N_c$  símbolos consecutivos, de uma dada constelação, que rotulam um ramo da treliça. Se  $N_c = 1$ , o esquema é denominado de TCM e para  $N_c > 1$  temos múltiplas transmissões entre estados consecutivos do codificador e o esquema é denominado de MTCM (*multiple trellis coded modulation*) [40].

O cálculo do desempenho de esquemas TCM em canais AWGN baseia-se na enumeração das distâncias Euclidianas entre as sequências de símbolos transmitidas (**c**) e todas as possíveis sequências decodificadas (**e**). A enumeração dos conjuntos de  $N$  pares,  $S_A = \{(A_i, d_i^2)\}_{i=1}^N$  e  $S_B = \{(B_i, d_i^2)\}_{i=1}^N$ , considerando as  $N$  menores distâncias  $d_i^2$ , constitui-se o espectro de distâncias de  $N$ -ésima ordem do código TCM, sendo a menor delas,  $d_1^2$ , denominada de distância livre do código. Este espectro de distâncias tem um papel importante na estimativa da probabilidade de erro, empregando o limitante da união em (2.10).

Fórmulas fechadas para limitantes superiores das probabilidades de  $P_{ev}(e)$  e  $P_b$  também podem ser obtidas a partir da função de transferência do código,  $T(x, y)$ , definida por [24]:

$$T(x, y) = \sum_{d_H} \sum_{d^2} C_{d^2, d_H} x^{d_H} y^{d^2}, \quad (2.12)$$

sendo  $C_{d^2, d_H}$  o número médio de eventos erro com distância Euclidiana quadrada  $d^2$  e distância de Hamming  $d_H$ , entre a sequência de informação e a sequência decodificada, respectivamente.

Como os códigos TCM, em geral, não são geometricamente uniformes [28], a enumeração do código pela função de transferência é realizada através de uma busca em um diagrama de super estados (DSE) do codificador [24]. Os estados do DSE,  $\sigma_i, i = 1, \dots, 2^{2\nu}$ , são formados por pares de estados da treliça do codificador,  $(p, q), p, q = 1, \dots, 2^\nu$ , onde  $p$  e  $q$  são os estados resultantes

das sequências transmitida e decodificada, respectivamente, em um dado intervalo de sinalização. A transição entre os estados do DSE,  $\sigma_i \rightarrow \sigma_j$ , corresponde à transição entre pares de estados  $(p, q) \rightarrow (r, s)$ , isto é, a sequência codificada transiciona de  $p$  para  $r$  e sequência decodificada transiciona de  $q$  para  $s$ . Denotamos por  $d_H(\sigma_i \rightarrow \sigma_j)$  e  $d^2(\sigma_i \rightarrow \sigma_j)$  as distâncias de Hamming e Euclidiana quadrada, respectivamente, correspondendo a esta transição. Existem  $2^{k_c}$  transições equiprováveis que divergem de cada estado da treliça do codificador. O rótulo do ramo que conecta a transição de estados  $\sigma_i \rightarrow \sigma_j$  do DSE é dado por:

$$\frac{1}{2^{k_c}} \sum_{(p,q),(r,s)} x^{d_H(\sigma_i \rightarrow \sigma_j)} y^{d^2(\sigma_i \rightarrow \sigma_j)}. \quad (2.13)$$

O somatório em (2.13) indica que os símbolos transmitido e decodificado devem ser escolhidos em todas as transições paralelas que conectam os estados  $\sigma_i$  e  $\sigma_j$ . O estado  $\sigma_i$  é chamado de estado bom (G) se  $p = q$  e de ruim se (B) se  $p \neq q$ . O DSE tem  $2^\nu$  estados bons e  $2^{2\nu} - 2^\nu$  estados ruins. O somatório não deve ser considerado se não existirem transições paralelas. Em sistemas MTCM, as distâncias devem ser obtidas considerando os múltiplos símbolos.

O  $(i, j)$ -ésimo elemento da matriz adjacência, denotada por  $\mathbf{A}$ , do DSE, é o rótulo do ramo correspondente à transição  $\sigma_i \rightarrow \sigma_j$ . Se não existir esta transição faz-se o elemento correspondente da matriz  $\mathbf{A}$  igual a zero. O  $(i, j)$ -ésimo elemento da  $n$ -ésima potência da matriz adjacência  $\mathbf{A}$  é um polinômio de 2 variáveis,  $x$  e  $y$ , cujos expoentes são as distâncias de Hamming e Euclidiana quadrada, respectivamente, de todos os caminhos no DSE de comprimento  $n$  originando em  $\sigma_i$  e terminando em  $\sigma_j$  e os seus coeficientes são as multiplicidades médias associadas a estas distâncias. A forma geral da matriz adjacência  $\mathbf{A}$  é:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{GG} & \mathbf{A}_{GB} \\ \mathbf{A}_{BG} & \mathbf{A}_{BB} \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

onde as submatrizes têm como elementos polinômios que enumeram as distâncias entre estados (G,G), (G,B), (B,G) e (B,B). Uma forma de calcular (2.12) a partir da matriz adjacência  $\mathbf{A}$  é [24]:

$$T(x, y) = \mathbf{\Pi} \mathbf{A}_{GG} \mathbf{1} + \mathbf{\Pi} \mathbf{A}_{GB} [\mathbf{I} - \mathbf{A}_{BB}]^{-1} \mathbf{A}_{BG}, \quad (2.15)$$

onde  $\mathbf{\Pi}$  é o vetor linha de probabilidades cujos elementos são iguais a  $1/2^\nu$  (probabilidade de um evento erro iniciar em algum estado bom),  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade e  $\mathbf{1}$  o vetor coluna de 1s com dimensão clara no contexto.

O primeiro termo do lado direito da igualdade em (2.15) corresponde à contribuição de eventos erro de comprimento 1 (percursos paralelos) para a função de transferência, enquanto o segundo



termo corresponde a todos os eventos erro de comprimento maiores que 1. Uma forma alternativa para calcular  $T(x, y)$  consiste na resolução de um sistema de equações lineares [39].

Como o número de estados do DSE é  $2^{2\nu}$ , o cálculo de  $T(x, y)$  torna-se computacionalmente ineficiente para valores de  $\nu$  moderados ( $\nu > 7$ ), tornando-se necessária uma redução da matriz adjacência do DSE através de algoritmos de redução de estados como proposto em [41].

A complexidade computacional do cálculo de  $T(x, y)$  varia de acordo com o grau de simetria do código. Por exemplo, se o código é geometricamente uniforme pode-se fixar uma sequência particular (em geral a sequência toda zero) como a sequência transmitida. Neste caso, o número de estados do DSE pode ser reduzido para  $2^\nu$ . Códigos denominados de *quase regulares* [42] não satisfazem esta propriedade de equipartição uniforme, mas a função de transferência pode ser calculada usando um DSE reduzido com  $2^\nu$  estados [42].

Uma discussão sobre os vários graus de simetria de códigos TCM e os algoritmos usados para enumerá-los é detalhada em [29]. Entretanto, em casos gerais em que estas simetrias não são observadas, pode-se reduzir a complexidade do DSE eliminando-se estados equivalentes (caso estes existam), obtendo-se uma nova matriz adjacência de dimensão reduzida, sem alterar a função de transferência do código. Esta redução da matriz adjacência será discutida a seguir.

Define-se o rótulo de um caminho no DSE como o produto dos rótulos correspondendo a cada transição de estados que formam o caminho. Dois estados do DSE são ditos equivalentes se o conjunto formado pelos rótulos de todos os caminhos de qualquer comprimento que começam nestes estados são idênticos.

Um conjunto de estados equivalentes do DSE, digamos  $\mathcal{I} = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$ , podem ser colapsados mantendo-se apenas 1 estado representativo da classe (consideramos que este é o de menor índice  $I_1$ ). Um procedimento para a obtenção de um DSE com um número mínimo de estados é apresentado em [24]. Este procedimento é aplicado separadamente nos estados *bons* e *ruins*. Quando os estados *bons* forem colapsados, o vetor de probabilidades  $\mathbf{\Pi} = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{2^\nu}]$  deve ser atualizado de tal forma que  $\pi_{I_1} = \pi_{I_2} + \dots + \pi_{I_n}$  e para os estados colapsados,  $\pi_{I_2} = \dots = \pi_{I_n} = 0$ . Após a redução do DSE, temos a nova matriz adjacência reduzida  $\mathbf{A}'$ , de dimensão  $L_a \times L_a$ , com  $n'_g$  estados bons e  $n'_b$  estados ruins, onde  $L_a = n'_g + n'_b$ . O novo vetor de probabilidades, de dimensão  $1 \times n'_g$ , é denotado por  $\mathbf{\Pi}'$ .

**Exemplo 2.1.** *Seja o Código de Ungerboeck,  $2^\nu = 4$ ,  $R_c = 1$  bit/símbolo, QPSK [1], cujo mapeamento dos símbolos da constelação é ilustrado pela Figura 2.3. Este código possui uma matriz adjacência  $\mathbf{A}$ , de dimensão  $16 \times 16$ , que após a aplicação da redução de estados produz uma matriz*

reduzida  $\mathbf{A}'$  com  $n'_g = 1, n'_b = 2, L_a = 3$ , dada por:

$$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} 1 & xy^4 & 0 \\ 0 & xy^2 & y^2 \\ y^4 & x & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

O vetor de probabilidades é  $\mathbf{\Pi}' = [1]$ .

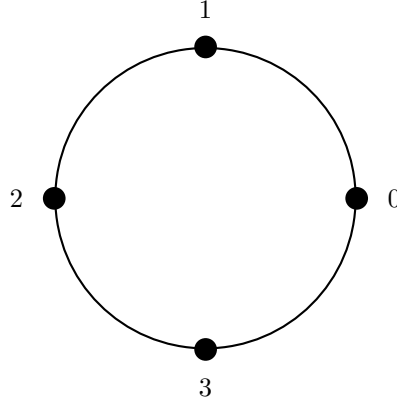


Figura 2.3: Mapeamento dos símbolos na constelação QPSK.

### 2.2.1 Algoritmo para a Obtenção da Função de Transferência de Códigos TCM

Em (2.15) observa-se a necessidade de inversão de matriz para a obtenção da função de transferência. O algoritmo proposto para a obtenção da função de transferência completa de códigos TCM é uma extensão do algoritmo proposto em [43], este algoritmo não utiliza inversão de matrizes, o que torna o cálculo da função de transferência computacionalmente mais eficiente. O algoritmo emprega uma técnica de redução de estados (SRA - *state reduction algorithm*) que elimina um estado do DSE em cada passo, a partir da matriz  $\mathbf{A}'$ . O objetivo do algoritmo recursivo SRA é obter a contribuição para a função de transferência de eventos erro de comprimento maiores que 1, reduzindo a cada passo 1 estado ruim do DSE e calculando uma nova matriz adjacência que produz a função de transferência do código.

Para obter a função de transferência, deve-se abrir o DSE eliminando as transições entre os estados bons, gerando uma nova matriz adjacência  $\mathbf{A}''$ , a partir da matriz reduzida  $\mathbf{A}'$ , que assume a forma:

$$\mathbf{A}'' = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}'_{GB} \\ \mathbf{A}'_{BG} & \mathbf{A}'_{BB} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

onde  $\mathbf{0}$  é uma submatriz  $n'_g \times n'_g$  com todos os elementos iguais a 0. Se  $n'_g > 1$ , o número de estados bons do DSE aberto pode ser reduzido a 1, produzindo uma nova matriz adjacência, denotada por  $\mathbf{B}$ ,

de dimensão  $L_b \times L_b$ , onde  $L_b = 1 + n'_b$ , dada por [41]:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{GG} & \mathbf{B}_{GB} \\ \mathbf{B}_{BG} & \mathbf{B}_{BB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{\Pi}' \mathbf{A}'_{GB} \\ \mathbf{A}'_{BG} \mathbf{1} & \mathbf{A}'_{BB} \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Esta matriz é a matriz de entrada do algoritmo para o cálculo da função de transferência. Seja  $r$  a dimensão da matriz adjacência reduzida  $\mathbf{B}$ . A idéia central do algoritmo é criar uma sequência de  $r$  DSE's, com funções de transferência idênticas a (2.15), onde cada DSE tem um estado a menos em relação ao DSE anterior. O último DSE terá um único estado com um único ramo saindo e chegando neste estado rotulado com  $T(x, y)$ .

Seja  $\mathbf{B}(k)$  a matriz adjacência correspondendo ao DSE na  $k$ -ésima recursão do algoritmo. A cada passo  $k = 2, \dots, r-1, r$ , obtém-se a matriz  $\mathbf{B}(k)$  através da eliminação do  $k$ -ésimo estado da matriz anterior  $\mathbf{B}(k-1)$ , sendo  $\mathbf{B}(1) = \mathbf{B}$  a matriz inicial (reduzida) do algoritmo. Seja  $b_{i,k}^{k-1}$ , o  $(i, k)$ -ésimo elemento de  $\mathbf{B}(k-1)$ . Para cada  $i \neq k, i = 1, \dots, r$ , tal que  $b_{i,k}^{k-1} \neq 0$  e para cada  $j \neq k, j = 1, \dots, r$  tal que  $b_{k,j}^{k-1} \neq 0$  tem-se o elemento  $b_{i,j}^k$  [43]:

$$b_{i,j}^k = b_{i,j}^{k-1} + b_{i,k}^{k-1} \left(1 - b_{k,k}^{k-1}\right)^{-1} b_{k,j}^{k-1}, \quad (2.19)$$

e  $b_{i,j}^k$  é igual a zero caso as condições anteriores não sejam satisfeitas. A eliminação do  $k$ -ésimo estado é realizada zerando-se a  $k$ -ésima linha e a  $k$ -ésima coluna de  $\mathbf{B}(k)$ . Observe que os rótulos de todos os ramos da treliça que iniciam ou terminam neste estado foram redirecionados para outros ramos do DSE. A matriz adjacência inicial  $\mathbf{B}(1) = \mathbf{B}$  tem o elemento  $(1, 1)$  nulo e a matriz final do algoritmo  $\mathbf{B}(r)$  tem somente o elemento  $(1, 1)$  não nulo. A função de transferência pode, então, ser obtida da seguinte forma:

$$T(x, y) = \mathbf{\Pi}' \mathbf{B}_{GG} \mathbf{1} + b_{1,1}^r, \quad (2.20)$$

sendo  $\mathbf{\Pi}'$  o vetor de probabilidades dos estados bons colapsados na matriz  $\mathbf{B}_{GG}$ . O primeiro termo do lado direito de (2.20) deve ser empregado apenas se o codificador tiver transições paralelas. Como pode ser observado, o algoritmo não utiliza inversão de matrizes, o que o torna computacionalmente mais eficiente que o cálculo de (2.15). A seguir tem-se um exemplo de cálculo da função de transferência de um código TCM.

**Exemplo 2.2.** *Seja o Código Ungerboeck do Exemplo 2.1. Fazendo o primeiro elemento de  $\mathbf{A}'$  igual a zero (abrindo o DSE), temos a matriz de entrada do algoritmo dada por:*

$$\mathbf{B}(1) = \begin{pmatrix} 0 & xy^4 & 0 \\ 0 & xy^2 & y^2 \\ y^4 & x & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

que após a aplicação do algoritmo SRA tem-se a seguinte sequência de matrizes:

$$\mathbf{B}(2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{xy^6}{1-xy^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ y^4 & 0 & \frac{xy^2}{1-xy^2} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B}(3) = \begin{pmatrix} \frac{xy^{10}}{1-2xy^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

de onde se conclui que a função de transferência é dada por:

$$T(x, y) = \frac{xy^{10}}{1-2xy^2} = b_{1,1}^3. \quad (2.22)$$

Expandindo (2.22) em série de Taylor temos a função de transferência:

$$T(x, y) = xy^{10} + 2x^2y^{12} + 4x^3y^{14} + 8x^4y^{16} + 16x^5y^{18} + \dots, \quad (2.23)$$

que ordenada em forma crescente dos expoentes nos dá a informação completa do espectro de distâncias do código, com menores distâncias de Hamming e Euclidiana quadrada iguais a 1 e 10, respectivamente. A partir da matriz adjacência reduzida  $\mathbf{B}$ , o SRA pode ser resumido nos passos do Algoritmo 2.1.

---

**Algoritmo 2.1:** Algoritmo para o Cálculo do Espectro de Distâncias a partir da Função de Transferência Completa.

---

**Entrada:** Matriz inicial  $\mathbf{B}(1) = \mathbf{B}$ .

**Início**

**para todo**  $k = 2, \dots, r$ ;

**faça**

        Obtenha a sequência de matrizes  $\mathbf{B}(k)$  a partir de  $\mathbf{B}(k-1)$ ;

**fim para todo**

**Saída:** A função de transferência é dada por (2.20).

**fim**

---

### 2.2.2 Algoritmo Recursivo para o Cálculo do Espectro de Distâncias Truncado de TCM

Uma forma de enumerar o espectro de distâncias de códigos TCM sem ter que obter a função de transferência completa do código, consiste em avaliar o espectro de distâncias truncado, definido na Seção 2.2, até a  $N$ -ésima ordem de interesse. A função de transferência em (2.12) é composta de um polinômio em  $(x, y)$ .

Considere o conjunto ordenado  $\mathcal{S} = \{(p_i(x), d_i^2)\}_{i=1}^n$  de tal forma que  $d_i^2 < d_{i+1}^2$ . O polinômio  $p_i(x)$  é o coeficiente de  $y^{d_i^2}$  em (2.12). O espectro de distâncias de  $N$ -ésima ordem, enumerando

somente as distâncias Euclidianas, para encontrar os limitantes da probabilidade do primeiro evento erro e da probabilidade de erro de bit, são calculados a partir dos seus respectivos conjuntos ordenados  $\mathcal{S}_A$  e  $\mathcal{S}_B$  dados por:

$$\mathcal{S}_A = \{(p_i(1), d_i^2)\}_{i=1}^n; \quad (2.24)$$

$$\mathcal{S}_B = \left\{ \left( \left. \frac{dp_i(x)}{dx} \right|_{x=1}, d_i^2 \right) \right\}_{i=1}^n. \quad (2.25)$$

O cálculo deste espectro, a partir dos conjuntos  $\mathcal{S}_A$  e  $\mathcal{S}_B$ , é realizado iterativamente usando uma sequência de vetores  $\mathbf{F}^\ell$ ,  $\ell = 1, \dots, U$ , com dimensão  $1 \times r$ , sendo  $\mathbf{F}^1 = [0 \ \mathbf{B}_{GB}]$  e cada elemento de  $\mathbf{F}^\ell$  é um polinômio em  $x, y$ . O primeiro elemento de  $\mathbf{F}^\ell$ , nominalmente  $\mathbf{F}^\ell(1)$  e para  $\ell > 1$ , enumera o primeiro evento erro que parte do estado bom (estado 1) e retorna a este (estado 1) após  $\ell$  iterações. Este polinômio atualiza os conjuntos  $\mathcal{S}_A$  e/ou  $\mathcal{S}_B$  a cada iteração em (2.24) e (2.25).

Cada polinômio  $\mathbf{F}^\ell(j)$ ,  $j = 2, \dots, r$  enumera sequências que partem do estado bom do DSE (estado 1) e terminam no estado ruim  $j$  em  $\ell$  transições. O critério de parada do algoritmo, aplicado nos polinômios  $\mathbf{F}^\ell(j)$ ,  $j = 2, \dots, r$ , é baseado no fato de que o quadrado da distância Euclidiana de um caminho no DSE não decresce com o comprimento do caminho (métrica acumulativa), sendo assim após a enumeração de um número pré-determinado das menores distâncias Euclidianas o algoritmo para. O cálculo do vetor  $\mathbf{F}^\ell$  é baseado em potências da matriz  $\mathbf{B}$ .

O Algoritmo 2.2 dá os passos do cálculo do espectro de  $N$ -ésima ordem de um esquema TCM. O Passo 4 elimina os caminhos não terminados que não mais atualizarão os conjuntos  $\mathcal{S}_A$  e/ou  $\mathcal{S}_B$ , no Passo 2, quando estes terminarem em um estado bom. A seguir tem-se os exemplos do cálculo do espectro de códigos TCM e MTCM.

**Exemplo 2.3.** *Considere o código TCM do Exemplo 2.1. Para cada iteração do algoritmo a Tabela 2.1 mostra a atualização do conjunto  $\mathcal{S} = \{(p_i(x), d_i^2)\}$ , para  $i = 1, \dots, 4$  em função do comprimento  $\ell$  do evento erro. Foram necessárias  $U = 9$  iterações do algoritmo. Observa-se na tabela que para  $\ell = 1, 2$ , ainda não é possível listar as distâncias, visto que o primeiro evento erro tem comprimento igual a 3. Observa-se ainda que o código tem distância livre igual a 10. O espectro de distâncias de quarta ordem para este código é dado por:*

$$\mathcal{S}_A = \{(1, 10), (2, 12), (4, 14), (8, 16)\}; \quad (2.26)$$

$$\mathcal{S}_B = \{(1, 10), (4, 12), (12, 14), (32, 16)\}. \quad (2.27)$$

---

**Algoritmo 2.2:** Algoritmo para o Cálculo do Espectro de Distâncias Truncado.

---

**Entrada:**  $\ell = 1, \mathcal{S}_A/\mathcal{S}_B = \emptyset$  e  $\mathbf{F}^\ell = [\mathbf{0} \ \mathbf{B}_{GB}]$ .

**Início**

**Se** existirem percursos paralelos ;

**Então**

    | calcule  $\Pi \mathbf{B}_{GB} \mathbf{1}$  em (2.20). Atualize o conjunto  $\mathcal{S}_A/\mathcal{S}_B$  com as menores distâncias Euclidianas  
    | quadradas e os polinômios  $p_i(x)$       **(Passo 1);**

**Fim Se**

**Faça:**  $\ell = \ell + 1$  e calcule  $\mathbf{F}^\ell = \mathbf{F}^{\ell-1} \mathbf{B}$       **(Passo 2);**

**Se**  $\mathbf{F}^\ell(1) = \mathbf{0}$ ;

**Então**

    | vá para o **Passo 2**;

**Fim Se**

**Senão**

    | atualize  $\mathcal{S}_A/\mathcal{S}_B$  a partir de  $\mathbf{F}^\ell(1)$ , mantendo em  $\mathcal{S}_A/\mathcal{S}_B$  as  $n$  menores distâncias e seus  
    | respectivos polinômios  $p_i(x)$ . **Faça:**  $\mathbf{F}^\ell(1) = \mathbf{0}$ .      **(Passo 3)**

**Fim Se**

**Se** existirem  $n$  distâncias distintas em  $\mathcal{S}_A/\mathcal{S}_B$  e seja  $d_{max}^2$  a maior delas;

**Então**

    | em cada elemento de  $\mathbf{F}^\ell(j), j = 2, \dots, r$ , faça igual a zero a multiplicidade de cada termo que  
    | possuir expoente de  $y$  maior que  $d_{max}^2$       **(Passo 4);**

**Fim Se**

**Senão**

    | vá para o **Passo 2**;

**Fim Se**

**Se** todos os elementos de  $\mathbf{F}^\ell(j), j = 2, \dots, r$ , são iguais a zero;

**Então**

    | Pare. O algoritmo termina com  $U$  iterações      **(Passo 5);**

**Fim Se**

**Senão**

    | vá para o **Passo 2**;

**Fim Se**

**fim**

---

Tabela 2.1: Espectro de distâncias de quarta ordem do código TCM do Exemplo 2.1.

$\ell$	$\mathcal{S} = \{(p_i(x), d_i^2)\}, i = 1, 2, 3, 4.$
1,2	0
3	$\{(x, 10), -, -, -\}$
4	$\{(x, 10), (x^2, 12), -, -\}$
5	$\{(x, 10), (2x^2, 12), (x^3, 14), -\}$
6	$\{(x, 10), (2x^2, 12), (x^3, 14), (x^4, 16)\}$
7	$\{(x, 10), (2x^2, 12), (4x^3, 14), (4x^4, 16)\}$
8	$\{(x, 10), (2x^2, 12), (4x^3, 14), (7x^4, 16)\}$
9	$\{(x, 10), (2x^2, 12), (4x^3, 14), (8x^4, 16)\}$

**Exemplo 2.4.** Considere um código MTCM com 4 estados, 8PSK,  $N_c = 2$  símbolos por ramo na treliça e  $R_c = 1,5$  bits/símbolo [39, Cap. 7, p.278]. Os rótulos deste codificador são representados pelas matrizes de sinais  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{h}$  em (2.28), cujo número de linhas indicam os percursos paralelos e o número de colunas as  $N_c$  transmissões entre estados consecutivos do codificador. O rotulamento desta treliça e o mapeamento dos símbolos na constelação 8PSK são ilustrados na Figura 2.4.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}, & \mathbf{b} &= \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{c} &= \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}, & \mathbf{d} &= \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{e} &= \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, & \mathbf{f} &= \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{g} &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}, & \mathbf{h} &= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Aplicando o algoritmo verificamos que foram necessárias  $U = 7$  passos. A Tabela 2.2 ilustra a atualização do conjunto  $\mathcal{S} = \{(p_i(x), d_i^2)\}$  em função do comprimento do evento erro  $\ell$ . Por uma questão de simplicidade, representaremos o polinômio  $p_i(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$ , como um vetor contendo os seus coeficientes,  $[a_0, a_1, a_2, \dots]$ . Observa-se na tabela eventos erro de comprimento  $\ell = 1$  devido aos percursos paralelos. Observa-se ainda que o código tem distância livre igual a 6.

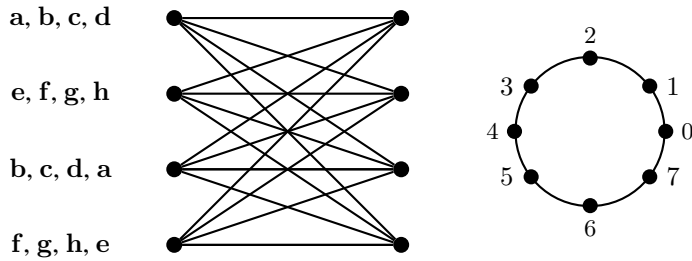


Figura 2.4: Treliça do codificador MTCM do Exemplo 2.4 e o mapeamento dos símbolos 8PSK.

O passo  $\ell = 7$  fornece os conjuntos  $\mathcal{S}_A$  e  $\mathcal{S}_B$  conforme (2.24) e (2.25):

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_A &= \left\{ \left( \frac{127}{4}, 6 \right), \left( \frac{1225}{4}, 8 \right), \left( \frac{120943}{64}, 10 \right) \right\}; \\ \mathcal{S}_B &= \left\{ \left( \frac{291}{4}, 6 \right), \left( \frac{17365}{16}, 8 \right), \left( \frac{648645}{64}, 10 \right) \right\}. \end{aligned}$$

### 2.3 Identificação de Códigos Catastróficos

Se existir um caminho fechado no DSE a partir de um estado ruim que não produza incremento de distância (o rótulo do caminho igual a 1), a condição para o término do algoritmo apresentado na seção anterior não será satisfeita. Neste caso, haverá eventos erro não terminados enumerados por  $\mathbf{F}^\ell(j)$ ,  $j = 2, \dots, r$ , em que o expoente de  $y$  não crescerá com o número de transições,  $\ell$ , na treliça. Isto implica a ocorrência de evento erro de comprimento infinito com pequena distância Euclidiana. O desempenho deste código será degradado quando o algoritmo de Viterbi for empregado na decodificação. Proporemos a seguir um algoritmo, simples, para a identificação deste comportamento catastrófico do código em questão.

A idéia básica consiste em empregar o algoritmo SRA para uma matriz binária de entrada, denotada por  $\mathbf{C}$ , análoga à matriz adjacência reduzida  $\mathbf{B}(1)$ , com os seus elementos  $c_{i,j}$  definidos da



Tabela 2.2: Espectro de distâncias de terceira ordem do código MTCM do Exemplo 2.4.

$\ell$	$\mathcal{S} = \{(p_i(x), d_i^2)\}, i = 1, 2, 3.$
1	$\{([0, 1], 8), -, -\}$
2	$\{([0, 4, \frac{9}{2}, 2, \frac{1}{2}], 6), ([0, 7, 4, 1], 8), ([0, 0, \frac{9}{2}, 4, \frac{1}{2}], 10)\}$
3	$\{([0, 8, 12, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{4}], 6), ([0, 17, \frac{31}{2}, 15, \frac{11}{2}, \frac{7}{4}, \frac{15}{4}], 8), ([0, 0, 18, \frac{73}{2}, \frac{69}{4}, 5, \frac{3}{4}], 10)\}$
4	$\{([0, 8, 12, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{4}], 6), ([0, 29, \frac{61}{2}, \frac{153}{4}, \frac{227}{8}, \frac{59}{4}, \frac{75}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}], 8), ([0, 0, 36, 83, \frac{565}{8}, 49, \frac{99}{4}, 7, \frac{9}{8}], 10)\}$
5	$\{([0, 8, 12, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{4}], 6), ([0, 41, \frac{91}{2}, \frac{249}{4}, \frac{469}{8}, \frac{163}{4}, \frac{297}{8}, \frac{55}{8}, \frac{35}{16}, \frac{3}{16}], 8), ([0, 0, 57, \frac{549}{4}, \frac{1139}{8}, \frac{203}{2}, \frac{207}{4}, 18, \frac{145}{16}, \frac{3}{8}], 10)\}$
6	$\{([0, 8, 12, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}], 6), ([0, 41, \frac{91}{2}, \frac{249}{4}, \frac{469}{8}, \frac{163}{4}, \frac{297}{8}, \frac{55}{8}, \frac{35}{16}, \frac{3}{16}], 8), ([0, 0, 81, \frac{797}{4}, \frac{1795}{8}, \frac{1971}{8}, 219, \frac{571}{4}, \frac{1107}{16}, \frac{69}{2}, \frac{35}{8}, \frac{5}{2}, \frac{7}{32}], 10)\}$
7	$\{([0, 8, 12, \frac{15}{2}, \frac{9}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}], 6), ([0, 41, \frac{91}{2}, \frac{249}{4}, \frac{469}{8}, \frac{163}{4}, \frac{297}{8}, \frac{55}{8}, \frac{35}{16}, \frac{3}{16}], 8), ([0, 0, 105, \frac{1045}{4}, \frac{2451}{8}, \frac{2847}{8}, \frac{689}{2}, \frac{3995}{16}, \frac{1119}{8}, \frac{4411}{64}, \frac{503}{32}, \frac{101}{16}, \frac{27}{32}, \frac{1}{8}], 10)\}$

seguinte forma:

$$\begin{cases} c_{i,j} = 1, & \text{se } b_{i,j} = 1, \\ c_{i,j} = 0, & \text{se } b_{i,j} \neq 1. \end{cases}$$

A matriz  $\mathbf{C}$  pode ser interpretada como uma matriz incidência em que o elemento não nulo indica que o rótulo de transição do DSE é 1.

Se em algum passo  $k$  do algoritmo SRA, que gera a sequência de matrizes  $\mathbf{C}(k), k = 1, \dots, r$ , surgir um elemento igual a 1 na diagonal principal de  $\mathbf{C}(k)$ , então existe um caminho fechado com o rótulo do caminho igual a 1 e o código é classificado como catastrófico. A identificação do codificador catastrófico definida nesta seção é um pré-processamento que deve ser realizado antes da aplicação dos algoritmos descritos nas seções anteriores.

# CAPÍTULO 3

## ANÁLISE DE DESEMPENHO E LIMITANTES DE CÓDIGOS ESPÁCIO-TEMPORAIS

Neste capítulo será apresentada uma nova técnica para a obtenção de um limitante expurgado para a probabilidade de erro de um bloco (FER) de códigos espaço-temporais (STTCs) em canais com desvanecimento quase estático. Primeiro será derivada a probabilidade de erro entre um par de sequências (PEP) dos STTCs. A seguir será apresentado um algoritmo, completamente matricial, para o cálculo do espectro de distâncias de STTCs.

O algoritmo proposto manipula recursivamente os elementos da matriz adjacência do DSE do STTC, o que o torna muito conveniente durante a implementação com computação simbólica. Na sequência, um novo método para identificar os eventos erro dominantes é proposto e finalmente um limitante expurgado é obtido para STTCs.

### **3.1 PEP para STTC em Canais com Desvanecimento Quase-Estático**

O esquema STTC inicialmente apresentado em [10] combina os benefícios da diversidade temporal (através do uso de modulação codificada em treliça) e da diversidade espacial (através do uso de múltiplas antenas de transmissão e recepção).

A Figura 3.1 ilustra um esquema STTC com  $n_T$  antenas transmissoras e  $n_R$  antenas receptoras, causando uma superposição dos  $n_T$  sinais transmitidos em cada uma das  $n_R$  antenas, devido aos  $n_T \times n_R$  percursos existentes. A transmissão é realizada em um canal com desvanecimento plano quase

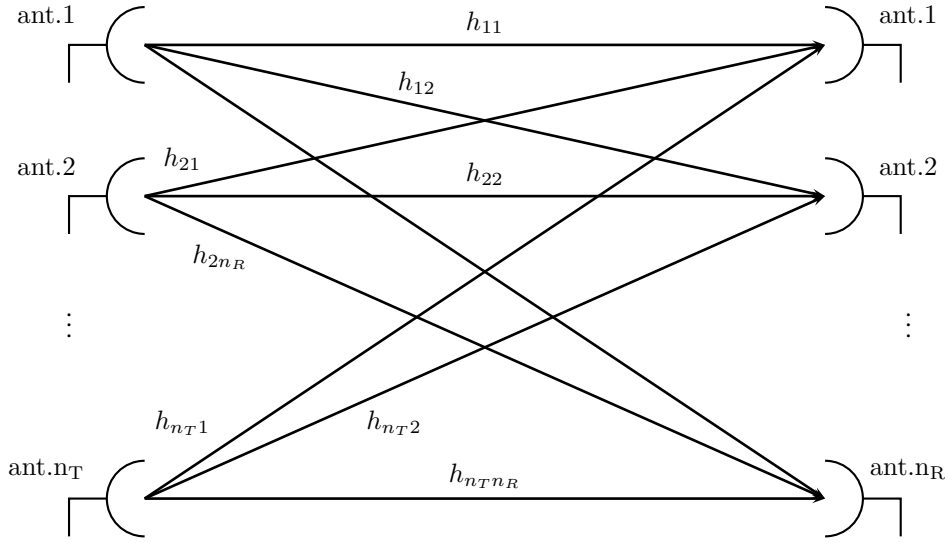


Figura 3.1: Esquema STTC com  $n_T$  antenas transmissoras e  $n_R$  antenas receptoras.

estático, isto é, os coeficientes de desvanecimento do canal em cada percurso,  $h_{ij}, i = 1, \dots, n_T, j = 1, \dots, n_R$ , permanecem constantes durante um bloco de  $L$  transmissões por cada antena e mudam independentemente a cada novo bloco.

Se existir espaçamento suficiente entre as antenas de recepção, os sinais transmitidos em cada um dos  $n_T \times n_R$  percursos experimentam desvanecimentos independentes. Considere o arranjo de múltiplas antenas (MIMO) da Figura 3.1, com  $n_T \times n_R$  antenas e o desvanecimento  $h^{ij}, i = 1, \dots, n_T, j = 1, \dots, n_R$ , representado pela matriz  $\mathbf{H}$  do meio de transmissão:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n_R} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n_R} \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ h_{n_T1} & h_{n_T2} & \dots & h_{n_Tn_R} \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Sendo a sequência transmitida:

$$\mathbf{c} = c_1^1 c_1^2 \dots c_1^{n_T} c_2^1 c_2^2 \dots c_2^{n_T} \dots c_L^1 c_L^2 \dots c_L^{n_T}, \quad (3.2)$$

o evento erro ocorre se:

$$\mathbf{e} = e_1^1 e_1^2 \dots e_1^{n_T} e_2^1 e_2^2 \dots e_2^{n_T} \dots e_L^1 e_L^2 \dots e_L^{n_T}, \quad (3.3)$$

com  $\mathbf{c} \neq \mathbf{e}$ , é a sequência recebida. Para um receptor de máxima verossimilhança que faz a estimativa perfeita da matriz  $\mathbf{H}$ , a probabilidade condicional do receptor de decidir erroneamente em favor de  $\mathbf{e}$ , quando  $\mathbf{c}$  foi a sequência transmitida, denominada PEP, é dada por [10]:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e} | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_t}{2} d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e})}\right), \quad (3.4)$$

onde

$$\begin{aligned} d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) &= \sum_{j=1}^{n_R} \sum_{t=1}^L \left| \sum_{i=1}^{n_T} h^{ij} (c_t^i - e_t^i) \right|^2 \\ &= \sum_{j=1}^{n_R} \sum_{i=1}^{n_T} \sum_{k=1}^{n_T} h^{ij} (h^{kj})^* \sum_{t=1}^L (c_t^i - e_t^i) (c_t^k - e_t^k)^*, \end{aligned} \quad (3.5)$$

sendo  $(\cdot)^*$  o conjugado de  $(\cdot)$ . Definindo  $\mathbf{H}_j = [h_{1j}, \dots, h_{n_T j}]$ ,  $j = 1, \dots, n_R$  e  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  uma matriz quadrada  $n_T \times n_T$  cujo elemento  $a_{ij}$ ,  $1 \leq i, j \leq n_T$ , é igual a:

$$a_{ij} = \sum_{t=1}^L (c_t^i - e_t^i) (c_t^j - e_t^j)^*, \quad (3.6)$$

reescrevemos (3.5) como:

$$d^2(\mathbf{c}, \mathbf{e}) = \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \mathbf{H}_j^\dagger. \quad (3.7)$$

Substituindo (3.7) em (3.4), a PEP condicionada à matriz  $\mathbf{H}$  de coeficientes do canal pode ser reescrita da forma [10]:

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e} | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\gamma_t}{2} \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \mathbf{H}_j^\dagger}\right), \quad (3.8)$$

onde  $\gamma_t = n_T E_s / N_0$  é a relação sinal ruído total em cada antena no receptor. Em [44] foi proposta uma expressão em forma fechada para a PEP de STTCs atuando em canais com desvanecimento onde não há uma correlação forte entre as amostras do desvanecimento e nem há o posto pleno da matriz  $\mathbf{H}$  do canal (*keyhole fading channels*).

### 3.1.1 STTC com Seleção das Antenas Transmissoras

Sistemas de transmissão MIMO, como o esquema ilustrado pela Figura 3.1, proporcionam um aumento significativo da capacidade do sistema que cresce linearmente com o menor número entre antenas de transmissão e recepção [9]. Um dos objetivos que esquemas MIMO podem alcançar é um ganho de diversidade igual a  $n_T n_R$  [45].

O emprego de um número grande de antenas na estação móvel é praticamente inviável, devido à necessidade do reduzido tamanho do equipamento móvel. Uma alternativa para incrementar a

capacidade e o desempenho de tais esquemas é empregar uma técnica de seleção das antenas de transmissão, baseada em um dado critério e a combinação de máxima razão no receptor (TAS/MRC - *transmit antenna selection/maximal-ratio combining*) [37].

A análise da expressão da BER em [37] mostra que esquemas TAS/MRC alcançam diversidade máxima como se todo o conjunto de antenas fossem utilizados. Uma vantagem em usar a técnica de seleção de antenas de transmissão é que uma única cadeia de rádio frequência pode ser empregada para transmitir sinais de diversas antenas, resultando em uma economia de *hardware*.

Considere o sistema MIMO da Figura 3.1, e que a qualquer instante  $N$  antenas transmissoras e  $M$  antenas receptoras são escolhidas, onde  $N < n_T$  e  $M < n_R$ , denotaremos tal sistema por TAS/MRC com a notação  $(n_T, N; n_R, M)$ . Para obtermos um ganho de diversidade consideraremos  $n_T \geq 2$ . Também denotaremos por  $(n_T, N; n_R)$  ou  $(n_T; n_R, M)$  um sistema TAS/MRC que selecione somente o lado transmissor ou receptor, respectivamente.

Para a realização de um esquema TAS, o transmissor/receptor deve ter informação sobre o estado do canal, normalmente utilizando um canal de retorno. Por questão de praticidade do lado receptor, é comum utilizar somente o sistema TAS/MRC  $(n_T, N; n_R)$ . A escolha das  $N$  dentre as  $n_T$  antenas obedece o critério do máximo da soma da norma de Frobenius [46] dos elementos das linhas da matriz  $\mathbf{H}$  em (3.1), gerando um vetor:

$$\mathbf{h}_k = \sum_{i=1}^{n_R} |h_{ik}|^2, \quad k = 1, 2, \dots, n_T. \quad (3.9)$$

As  $N$  antenas escolhidas serão aquelas cujos índices produzirem os  $N$  maiores valores do vetor linha  $\mathbf{h}_k$ . Nesta tese será aplicada a mesma técnica de expurgo no cálculo do limitante, utilizada em STTC, para STTC utilizando TAS/MRC. Embora um esquema TAS/MRC utilize várias realizações do canal, a matriz  $\mathbf{H}$  do desvanecimento levada em consideração no cálculo das EEMs dominantes é apenas uma previamente escolhida pela norma de Frobenius. Isto comprova a validade da técnica também para este esquema de transmissão.

## 3.2 Limitantes de Desempenho de STTCs

Consideremos o esquema MIMO da Figura 3.1 que emprega um STTC com  $2^\nu$  estados e  $2^{k_c}$  ramos saindo de cada estado, sendo  $\nu$  e  $k_c$  o número de elementos de memória e de bits de informação na entrada do codificador, respectivamente. O sistema é modelado usando um canal com desvanecimento quase estático com AWGN.

O elemento chave em análise teórica do desempenho de STTC é o limitante da união para a

probabilidade do evento primeiro erro, denotada por  $P_{fe}$ , a qual é fortemente relacionada com a FER [25, 47–49].

Para um receptor de máxima verossimilhança com informação ideal do canal e as considerações feitas na Seção 3.1 para  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{e}$ ,  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  e  $\mathbf{H}$ , tem-se a probabilidade condicional do primeiro evento erro da forma:

$$P_{fe|\mathbf{H}} \leq \sum_{\mathbf{c}, \mathbf{e}} P(\mathbf{c}) Q \left( \sqrt{\frac{\gamma_t}{2} \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e}) \mathbf{H}_j^\dagger} \right). \quad (3.10)$$

Chamaremos de  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  a matriz de evento erro (EEM). A probabilidade de transmitir um caminho  $\mathbf{c}$  de comprimento  $L$  é  $P(\mathbf{c}) = 1/2^{\nu+Lk_c}$ . Uma aproximação do limitante da união, denotado por limitante da união expurgado, é obtido considerando-se apenas as EEMs que dominam (3.10), o conjunto de tais EEMs é denominado por  $\mathcal{S}$ .

Técnicas de expurgo de limitantes superiores para probabilidade de erro em sinalizações antipodais foram demonstradas em [26] e posteriormente generalizadas para TCM em [27]. A aplicação desta técnica em STTCs não é de forma direta, sendo assim, proporemos um método alternativo de identificação das EEMs dominantes.

**Definição 3.1.** [Espectro de distâncias de ordem  $N$  de um STTC.] Define-se [50] o espectro de distâncias de ordem  $N$  de um STTC como a enumeração de um conjunto ordenado de pares de determinantes ( $\Delta_k$ ) das EEMs e suas respectivas multiplicidades ( $a_{\Delta_k}$ ), denominado de  $\mathcal{T}^N = \{\Delta_k, a_{\Delta_k}\}_{k=1}^N$ , tal que os determinantes  $\Delta_k < \Delta_{k+1}$ , são os  $N$  menores determinantes das EEMs.

Em [25] foi demonstrada a existência de um conjunto dominante de determinantes formado por todas as EEMs cujos determinantes pertencem ao conjunto  $\mathcal{T}^N$ .

O objetivo aqui é propor um procedimento que analisa a importância individual de cada EEM para o cálculo do limitante expurgado. A ideia central consiste em considerar a ordem de dominância como uma variável aleatória e adotar o valor esperado desta ordem como um critério de classificação das EEMs. Determinaremos novos conjuntos de EEMs dominantes, com esta nova ordem de dominância, para vários STTCs com diferentes critérios de construção propostos na literatura [10, 12, 15]. Os resultados numéricos do limitante da união expurgado para a FER obtida com as EEMs dominantes mostraram ser praticamente indistinguíveis dos resultados obtidos através de simulações empregando o método de Monte Carlo.

Caracterizado o conjunto dominante  $\mathcal{S}$  de EEMs, o limitante da união expurgado, condicionado,

torna-se:

$$P_{\text{fe}|\mathbf{H}} \simeq \sum_{\mathcal{S}} a_{\mathbf{A}_i} Q \left( \sqrt{\frac{\gamma_t}{2} \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}_i \mathbf{H}_j^\dagger} \right), \quad (3.11)$$

onde  $\mathbf{A}_i$  é a  $i$ -ésima matriz em  $\mathcal{S}$  e  $a_{\mathbf{A}_i}$  a sua multiplicidade. Denominaremos a sequência  $\{\mathbf{A}_i, a_{\mathbf{A}_i}\}$  com o determinante de  $\mathbf{A}_i$  pertencente a  $\mathcal{T}^N$  de espectro de EEMs de ordem  $N$ . Para a enumeração do espectro de distâncias de STTCs, que ao longo do texto denominaremos simplesmente de espectro de EEMs, Aktas e Fitz [50] propuseram um algoritmo que utilizava um método de busca exaustiva das distâncias em uma pilha. Em [30, 31, 51, 52] foram utilizadas técnicas de limitantes de Gallager para derivar limitantes de desempenho para STTC.

A proposta desta tese é fazer uma extensão do Algoritmo 2.2 (anteriormente aplicado em esquemas TCM) para esquemas STTCs. A seção a seguir descreverá o algoritmo para a busca do espectro de EEMs.

### 3.3 Algoritmo Para o Cálculo do Espectro de EEMs de ordem $N$

O algoritmo proposto utiliza a função de transferência do código para calcular o espectro de EEMs, iterativamente, através da manipulação algébrica dos elementos da matriz adjacência do DSE de dimensão  $2^{2\nu} \times 2^{2\nu}$  ou de sua versão reduzida (similar à matriz  $\mathbf{B}$  definida no Capítulo 2). A idéia chave é gerar uma sequência finita de vetores  $\mathbf{F}^\ell$ ,  $\ell = 1 \dots N$ , para atualizar o conjunto  $\mathcal{T}^N$  na  $\ell$ -ésima iteração do algoritmo. Cada elemento do vetor  $\mathbf{F}^\ell$  é um polinômio multivariável cujos coeficientes são as multiplicidades médias dos caminhos de comprimento  $\ell$  no DSE com a mesma EEM. O critério de parada e as regras para descartar as EEMs são dados em [50].

Como no caso de esquemas TCM, os STTCs não são (em geral) geometricamente uniformes e a enumeração do espectro de EEMs também é feita utilizando-se do DSE. Sendo assim, seguiremos a mesma notação adotada na Seção 2.2 para os pares de estados (estados produto) que constituem o DSE.

Os ramos que conectam dois estados produto são rotulados com a probabilidade de transição do ramo,  $1/2^{k_c}$ , multiplicada pelo produto de  $n_T(n_T + 1)/2$  distintas variáveis cada uma elevada a um número  $(c_t^i - e_t^i)(c_t^j - e_t^j)^*$ ,  $i \geq j$ , possivelmente complexo que corresponde ao incremento na porção superior da diagonal da EEMs devido a uma transição no DSE [49].

Por exemplo, para o caso de  $n_T = 2$ , definem-se três variáveis  $x, y, z$ , que enumeram as distâncias  $(c_t^1 - e_t^1)(c_t^1 - e_t^1)^*$  (antena 1),  $(c_t^2 - e_t^2)(c_t^2 - e_t^2)^*$  (antena 2) e  $(c_t^1 - e_t^1)(c_t^2 - e_t^2)^*$  (termo cruzado), respectivamente. O Exemplo 3.1 mostra o cálculo do rótulo de alguns estados produto do

DSE para o STTC [10].

**Exemplo 3.1** (Rotulamento do STTC [10]). *Considere o STTC, 4 estados,  $k_c = 2$ , QPSK com  $n_T = 2$ , dado pela Figura 3.2. Os símbolos complexos  $\{1, j, -1, -j\}$  da constelação QPSK são representados pelos rótulos dos ramos da treliça  $\{0, 1, 2, 3\}$ , respectivamente. Quando ocorre a transição na treliça do estado 0 para o estado 0, os símbolos  $(1,1)$  são transmitidos simultaneamente pelas duas antenas, e os símbolos  $(j, -1)$  são transmitidos quando ocorre a transição na treliça do estado 1 para o estado 2. Então, o rótulo do ramo que conecta os estados produto  $(0,1)$  e  $(0,2)$  é  $\frac{1}{4}x^2y^4z^{2-2j}$ .*

*Esses expoentes das variáveis  $x$  and  $y$  são as distâncias Euclidianas quadradas entre o caminho correto e os símbolos errados através de cada transmissão das antenas devido a transição em um passo na treliça, o expoente de  $z$  é o valor do termo cruzado entre as duas antenas transmissoras.*

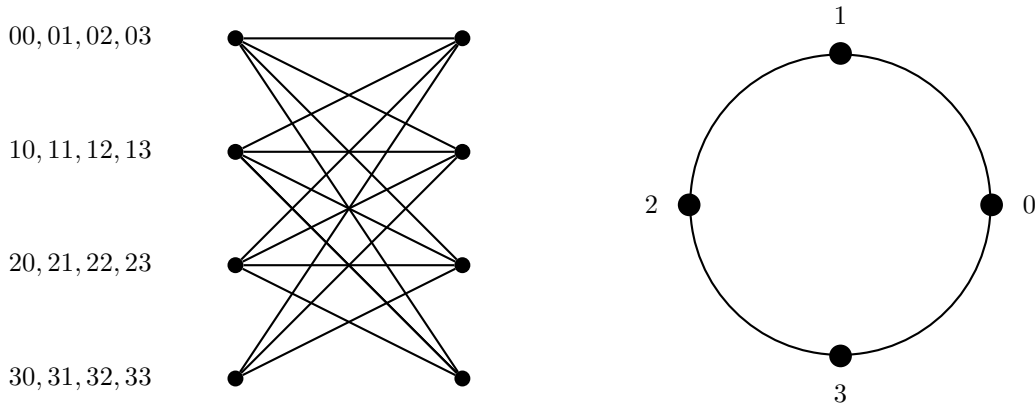


Figura 3.2: Treliça do STTC [10], QPSK, 4 estados e o mapeamento da constelação QPSK.

A complexidade de calcular o espectro de EEMs de um DSE é alta se o STTC tem muitos estados. Algoritmos de redução da matriz adjacência do DSE foram propostos em [24, 50, 53] para identificar conjuntos de estados equivalentes de modo a obter um DSE reduzido (com poucos estados) com o mesmo espectro de EEMs de qualquer ordem.

Esses algoritmos exploram o grau de simetria dos STTCs de forma a reduzir a complexidade computacional do cálculo do espectro resultando na matriz reduzida  $\mathbf{B}$  com  $N_g = 1$  estado *bom* e  $N_b$  estados *ruins*, conforme notação descrita no Capítulo 2, que é a matriz de entrada para o algoritmo proposto a ser apresentado nesta seção.

A partir da matriz reduzida  $\mathbf{B}$ , o espectro de EEMs de ordem  $N$  é calculado abrindo o estado *bom* em um estado fonte e um estado destino. Um evento erro simples de comprimento  $\ell$  é definido como um caminho no DSE aberto que parte do estado *bom* em um intervalo de tempo fixo e retorna



ao estado *bom* após  $\ell$  transições. A matriz  $\mathbf{B}$  possui dimensão  $L_b \times L_b$ , onde  $L_b = 1 + N_b$ , dada por:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{B}_{GB} \\ \mathbf{B}_{BG} & \mathbf{B}_{BB} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

O espectro de EEMs de ordem  $N$  é calculado iterativamente de uma sequência de vetores  $\mathbf{F}^\ell$ ,  $\ell = 1, \dots, p$ , de dimensões iguais a  $1 \times L_b$ , onde cada elemento de  $\mathbf{F}^\ell$  é um polinômio multivariável. O primeiro elemento de  $\mathbf{F}^\ell$ ,  $\mathbf{F}^\ell(1)$ , enumera as EEMs correspondentes aos eventos erro simples de comprimento  $\ell$  e atualiza o conjunto  $\mathcal{T}^N$  a cada iteração. Os polinômios  $\mathbf{F}^\ell(j)$ ,  $j = 2, \dots, L_b$  enumeram os caminhos de EEMs (aqueles que não alcançam o estado *bom*) de comprimento  $\ell$  que partem do estado *bom*, e terminam no estado *ruim*  $j$ .

O critério para descartar os eventos erro é baseado na propriedade que o valor do determinante de uma EEM ao longo de um caminho não terminado é monotonicamente não decrescente com o comprimento do evento erro [50]. O cálculo de  $\mathbf{F}^\ell$  é baseado nas potências dos elementos da matriz  $\mathbf{B}$  e é obtido de  $\mathbf{F}^\ell$  através do algoritmo de programação simbólica proposto em [36], denominado aqui de Algoritmo 3.1.

### 3.4 Espectro de EEMs

Empregando o Algoritmo 3.1 foram obtidas as EEMs para alguns STTCs propostos na literatura com 4 e 8 estados,  $n_T = 2$ . As Tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 listam as EEMs obtidas para os STTCs em [10], [12] e [15], respectivamente. As tabelas listam o número de estados, o índice da EEM, a EEM, a sua multiplicidade, o determinante da EEM e a multiplicidade do determinante, denominados por  $2^\nu, i, \mathbf{A}_i, a_{\mathbf{A}_i}, \Delta$  e  $a_\Delta$ , respectivamente.

Os elementos da EEM de dimensão  $2 \times 2$  são organizados como um vetor  $[a_{1,1}, a_{2,2}, a_{1,2}]$ , onde  $a_{2,1} = a_{1,2}^*$  e duas EEMs  $[a_{1,1}, a_{2,2}, a_{1,2}]$ ,  $[a_{1,1}, a_{2,2}, -a_{1,2}]$  são escritas em uma forma concisa  $[a_{1,1}, a_{2,2}, \pm a_{1,2}]$ . Para exemplificar a indexação do índice  $i$  à matriz  $\mathbf{A}_i$ , sejam as matrizes  $\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{14}$  indicadas na oitava linha e terceira coluna da Tabela 3.1 (código de 4 estados) cuja sequência é  $\mathbf{A}_{11} = [6, 6, 2 + j2]$ ,  $\mathbf{A}_{12} = [6, 6, 2 - j2]$ ,  $\mathbf{A}_{13} = [6, 6, -2 + j2]$  e  $\mathbf{A}_{14} = [6, 6, -2 - j2]$ , sempre nesta ordem.

---

**Algoritmo 3.1:** Algoritmo Para o Cálculo do Espectro de ordem  $N$  de EMMs.

---

**Entrada:**  $\ell = 1$ ,  $\mathcal{T}^N = \emptyset$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{F}^1 = [\mathbf{0} \ \mathbf{B}_{GB}]$ .

**Início**

**Faça:**  $\ell = \ell + 1$ , calcule  $\mathbf{F}^\ell = \mathbf{F}^{\ell-1}\mathbf{B}$       **(Passo 1);**

**Se**  $\mathbf{F}^\ell(1) = \mathbf{0}$

**Então**

| vá para o **Passo 2;**

**Fim Se**

**Senão**

|  $\mathbf{F}^\ell(1)$  é um polinômio multivariável cujos termos correspondem às distintas EEMs de eventos erro simples de comprimento  $\ell$ , e o coeficiente de cada termo constitui a multiplicidade média de cada EEM. Atualize  $\mathcal{T}^N$  à medida que a condição de guardar as EEMs com os primeiros  $N$  menores determinantes é satisfeita. **Faça:**  $\mathbf{F}^\ell(1) = \mathbf{0}$ .

**Fim Se**

**Se** as EEMs com  $N$  distintas medidas são salvas em  $\mathcal{T}^N$  **(Passo 2);**

**Então**

| **Faça:**  $\Delta_{\max}$  ser o maior determinante das EEMs em  $\mathcal{T}^N$ . Em cada elemento de  $\mathbf{F}^\ell(j)$ ,  $j = 2, \dots, L_b$ , force a zero a multiplicidade de cada EEM com determinante maior que  $\Delta_{\max}$  (isto elimina a EEM de caminhos não terminados os quais atualizarão o conjunto  $\mathcal{T}^N$  no passo 2 quando eles retornam para o estado *bom*).

**Fim Se**

**Senão**

| Vá para **Passo 1**

**Fim Se**

**Se** todos os elementos de  $\mathbf{F}^\ell(j)$ ,  $j = 2, \dots, L_b$ , são iguais a zero;

**Então**

| Pare.

**Fim Se**

**Senão**

| vá para o **Passo 1;**

**Fim Se**

**fim**

---

Tabela 3.1: Espectro de EEMs para  $N = 6$  e  $N = 4$  dos STTCs [10], QPSK, com 4 e 8 estados, respectivamente.

$2^\nu$	$i$	$A_i$	$a_{A_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$	$2^\nu$	$i$	$A_i$	$a_{A_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$
4	1	$[2, 2, 0]$	2	4	2	8	1-4	$[2, 10, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{2}$	12	2
	2,3	$[4, 4, \pm 2]$	1	12	4		5	$[4, 4, 0]$	1	16	1
	4,5	$[4, 4, \pm j2]$	1				6,7	$[6, 6, \pm 4]$	$\frac{1}{2}$	20	4
	6	$[4, 4, 0]$	1	16	1		8,9	$[6, 6, \pm j4]$	$\frac{1}{2}$		
	7,8	$[6, 6, \pm 4]$	$\frac{1}{2}$	20	2		10	$[10, 2, 0]$	2		
	9,10	$[6, 6, \pm j4]$	$\frac{1}{2}$				11,12	$[4, 8, \pm 2]$	1	28	$\frac{1}{2}$
	11-14	$[6, 6, \pm 2 \pm j2]$	2	28	9		13,14	$[4, 8, \pm j2]$	1		
	15,16	$[8, 8, \pm j6]$	$\frac{1}{4}$				15-18	$[6, 6, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{2}$		
	17,18	$[8, 8, \pm 6]$	$\frac{1}{4}$				19-22	$[8, 12, \pm 8 \pm j2]$	$\frac{1}{16}$		
19-22	$[8, 8, \pm 4 \pm j4]$	$\frac{1}{4}$	32	1	23-26	$[8, 12, \pm 2 \pm j8]$	$\frac{1}{16}$				
					27,28	$[8, 4, \pm 2]$	1				
					29,30	$[8, 4, \pm j2]$	1				

Tabela 3.2: Espectro de EEMs para  $N = 6$  e  $N = 4$  dos STTCs [12], QPSK com 4 e 8 estados, respectivamente.

$2^\nu$	$i$	$A_i$	$a_{A_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$	$2^\nu$	$i$	$A_i$	$a_{A_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$
4	1,2	$[6, 2, \pm j2]$	$\frac{1}{2}$	8	$\frac{3}{2}$	8	1-4	$[4, 6, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$	16	1
	3,4	$[6, 8, \pm 6 - j2]$	$\frac{1}{8}$				5-8	$[10, 10, \pm 4 \pm j8]$	$\frac{1}{64}$	20	$\frac{29}{8}$
	5-8	$[6, 8, \pm 2 \pm j6]$	$\frac{1}{16}$				9-12	$[10, 10, \pm 8 \pm j4]$	$\frac{1}{64}$		
	9,10	$[2, 8, \pm 2]$	$\frac{1}{2}$	12	$\frac{17}{8}$		13-16	$[10, 4, \pm 4 \pm j2]$	$\frac{1}{8}$		
	11-14	$[2, 8, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$				17-20	$[10, 4, \pm 2 \pm j4]$	$\frac{1}{8}$		
	15,16	$[8, 10, \pm 8 + j2]$	$\frac{1}{16}$				21-24	$[10, 6, \pm 6 \pm j2]$	$\frac{1}{16}$		
	17-20	$[4, 6, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$	16	1		25-28	$[10, 6, \pm 2 \pm j6]$	$\frac{1}{16}$		
	21-24	$[10, 4, \pm 2 \pm j4]$	$\frac{1}{8}$	20	1		29	$[2, 10, 0]$	1		
	25-28	$[10, 6, \pm 2 \pm j6]$	$\frac{1}{16}$				30,31	$[2, 12, \pm j2]$	$\frac{1}{2}$		
	29-32	$[10, 6, \pm 6 \pm j2]$	$\frac{1}{16}$				32-35	$[12, 8, \pm 2 \pm j8]$	$\frac{1}{32}$	28	$\frac{3}{4}$
	33-36	$[8, 4, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$	24	$\frac{3}{2}$		36-39	$[12, 8, \pm 8 \pm j2]$	$\frac{1}{32}$		
	37-40	$[8, 8, \pm 2 \pm j6]$	$\frac{1}{16}$				40-43	$[12, 4, \pm 2 \pm j4]$	$\frac{1}{8}$		
	41-44	$[8, 8, \pm 6 \pm j2]$	$\frac{1}{16}$				44-47	$[8, 8, \pm 4 \pm j4]$	$\frac{1}{16}$	32	$\frac{47}{16}$
	45,46	$[4, 12, \pm 4 - j2]$	$\frac{3}{8}$	28	$\frac{77}{32}$		48,49	$[6, 8, \pm j4]$	$\frac{1}{4}$		
	47,48	$[8, 6, \pm 4 - j2]$	$\frac{1}{4}$				50,51	$[6, 8, \pm 4]$	$\frac{1}{4}$		
	49,50	$[4, 12, \pm 4 + j2]$	$\frac{1}{8}$				52,53	$[6, 6, \pm j2]$	$\frac{1}{2}$		
	51,52	$[8, 8, \pm 6]$	$\frac{1}{8}$				54-57	$[14, 12, \pm 10 \pm j6]$	$\frac{1}{256}$		
	53-56	$[12, 4, \pm 4 \pm j2]$	$\frac{1}{8}$				58-61	$[14, 12, \pm 6 \pm j10]$	$\frac{1}{256}$		
57-60	$[8, 10, \pm 4 \pm j6]$	$\frac{1}{32}$			62-65	$[14, 6, \pm 4 \pm j6]$	$\frac{1}{32}$				
61-64	$[12, 12, \pm 4 \pm j10]$	$\frac{1}{128}$			66-69	$[14, 6, \pm 6 \pm j4]$	$\frac{1}{32}$				
					70-73	$[12, 14, \pm 10 \pm j6]$	$\frac{1}{256}$				
					74-77	$[12, 14, \pm 6 \pm j10]$	$\frac{1}{256}$				
					78-81	$[12, 6, \pm 6 \pm j2]$	$\frac{1}{16}$				
					82-85	$[14, 8, \pm 4 \pm j8]$	$\frac{1}{64}$				
					86-89	$[14, 8, \pm 8 \pm j4]$	$\frac{1}{64}$				

### 3.5 Cálculo da FER

A aplicação da técnica do limitante da união modificado conduz a uma expressão da FER em termos do limitante da união expurgado em (3.11) da seguinte forma [48]:

$$\text{FER} \simeq \mathbf{E} [f(\min(1, P_{fe|\mathbf{H}}(e)))] , \quad (3.13)$$

onde  $f(x) = 1 - (1 - x)^L$ , sendo  $L$  o comprimento do bloco transmitido,  $\mathbf{E}[\alpha]$  o valor esperado da variável aleatória  $\alpha$ . Como o cálculo das EEMs torna-se impraticável para eventos erro simples longos e o limitante da união em (3.10) pode não convergir à medida que o número de EEMs é incrementado, podendo até ser maior que um para uma dada realização do desvanecimento [25], a

Tabela 3.3: Espectro de EEMs para  $N = 6$  e  $N = 7$  dos STTCs [15], QPSK, com 4 e 8 estados, respectivamente.

$2^\nu$	$i$	$A_i$	$a_{A_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$	$2^\nu$	$i$	$A_i$	$a_{A_i}$	$\Delta$	$a_\Delta$
4	1 – 4	$[6, 6, \pm 4 \pm j4]$	$\frac{1}{16}$	4	$\frac{1}{4}$	8	1-4	$[8, 6, \pm 6 \pm j2]$	$\frac{1}{16}$	8	$\frac{1}{2}$
	5 – 8	$[8, 2, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$	8	2		5 – 8	$[8, 6, \pm 2 \pm j6]$	$\frac{1}{16}$		
	9 – 12	$[2, 8, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$				9 – 12	$[10, 2, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$	12	1
	13 – 16	$[8, 8, \pm 4 \pm j6]$	$\frac{1}{32}$	12	$\frac{1}{8}$		13, 14	$[2, 10, \pm 2]$	$\frac{1}{2}$	16	1
	17 – 20	$[6, 8, \pm 4 \pm j4]$	$\frac{1}{16}$	16	$\frac{1}{2}$		15 – 18	$[8, 8, \pm 6 \pm j2]$	$\frac{1}{16}$	24	$\frac{1}{2}$
	21 – 24	$[8, 6, \pm 4 \pm j4]$	$\frac{1}{16}$				19 – 22	$[8, 8, \pm 2 \pm j6]$	$\frac{1}{16}$		
	25, 26	$[6, 6, \pm 4]$	$\frac{1}{8}$	20	$\frac{27}{16}$		23 – 26	$[6, 8, \pm 4 \pm j2]$	$\frac{1}{8}$	28	$\frac{1}{2}$
	27, 28	$[6, 6, \pm j4]$	$\frac{1}{8}$				27 – 30	$[8, 6, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{8}$	40	$\frac{3}{2}$
	29 – 32	$[10, 4, \pm 4 \pm j2]$	$\frac{1}{8}$				31 – 34	$[6, 8, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$		
	33 – 36	$[4, 10, \pm 4 \pm j2]$	$\frac{1}{8}$				35 – 36	$[6, 8, \pm j2]$	$\frac{1}{4}$	44	$\frac{1}{2}$
	37 – 40	$[10, 10, \pm 8 \pm j4]$	$\frac{1}{64}$								
	41 – 44	$[10, 10, \pm 4 \pm j8]$	$\frac{1}{64}$								
	45 – 48	$[4, 8, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$	24	2						
	49 – 52	$[8, 4, \pm 2 \pm j2]$	$\frac{1}{4}$								

Equação (3.13) utiliza a técnica conhecida como "limitar antes de fazer a média" (LBA - *limiting before averaging*) [54]. O cálculo analítico de (3.13) envolve um grande esforço computacional por utilizar integração multidimensional, tornando o cálculo da FER ineficiente.

Nesta tese foi utilizado um método semi-analítico para tornar o cálculo do limitante expurgado em (3.13) computacionalmente mais eficiente. Simulando várias realizações da matriz  $\mathbf{H}$  e para uma relação sinal ruído com um dado conjunto dominante de EEMs, calcula-se (3.13) empregando o Algoritmo 3.2.

Este algoritmo tem como entrada o conjunto dominante de EEMs ( $\mathcal{S}$ ), o comprimento do bloco de símbolos transmitidos ( $L$ ) pelas  $n_T$  antenas, o número de blocos transmitidos ( $n_{\text{blocos}}$ ), relação sinal ruído ( $\gamma_t$ ) e como saída a FER calculada de forma semi-analítica em (3.11). Uma vantagem na utilização deste algoritmo é a não realização da integração multidimensional de (3.13) e o fato que este algoritmo pode ser facilmente implementado em qualquer linguagem de programação simbólica.

### 3.6 Identificando as EEMs Dominantes

Nesta seção desenvolveremos uma metodologia para identificar o conjunto  $\mathcal{S}$  de EEMs dominantes que proporcionam uma boa aproximação para a FER. Seja  $P^i(\mathbf{H})$  a contribuição de cada

---

**Algoritmo 3.2:** Algoritmo para o cálculo semi-analítico da FER.

---

**Entrada:**  $\ell = 0$ ,  $L$ ,  $n_{\text{blocos}}$ ,  $\mathcal{S}$ , contador = 1.

**Início**

**Faça:**  $\ell = \ell + 1$ , gere  $\mathbf{H}$  e calcule  $P_{fe|\mathbf{H}}$  em (3.11), (\*\*)

coin=randunifom (gere um v.a. entre zero e 1).

Calcule:  $\text{FER} = \min \{1, 1 - (1 - P_{fe|\mathbf{H}})^L\}$ . ;

**Se** coin  $\leq$  FER **Então**

| contador=contador+1;

**Fim Se**

**Se**  $\ell < n_{\text{blocos}}$  **Então**

| Vá para (\*\*);

**Fim Se**

**Senão**

| Pare. Probabilidade de erro = contador/ $n_{\text{blocos}}$ .

**Fim Se**

**fim**

---

matriz  $\mathbf{A}_i$  para  $P_{fe|\mathbf{H}}(e)$  em (3.11), dada por:

$$P^i(\mathbf{H}) = a_{\mathbf{A}_i} Q \left( \sqrt{\frac{\gamma}{2} \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}_i \mathbf{H}_j^\dagger} \right). \quad (3.14)$$

Seja  $\mathcal{A}(\mathbf{H}) = \{\mathbf{A}_{j_1}, \mathbf{A}_{j_2}, \dots, \mathbf{A}_{j_k}, \dots\}$  um conjunto ordenado de EEMs com índices  $jk$  tal que  $P^{jk}(\mathbf{H}) \geq P^{j_{k+1}}(\mathbf{H})$ , para uma dada realização de  $\mathbf{H}$ . Devido à natureza aleatória da relação sinal ruído, que muda a cada realização de  $\mathbf{H}$ , a ordenação das EEMs no conjunto  $\mathcal{A}(\mathbf{H})$  pode não ser a mesma a cada  $\mathbf{H}$ . Assim, o índice  $jk$  que indexa a posição da matriz  $\mathbf{A}_{j_k}$  no conjunto  $\mathcal{A}(\mathbf{H})$  é uma variável aleatória.

Defina uma variável aleatória  $X_i$  como a posição da matriz  $\mathbf{A}_i$  em  $\mathcal{A}(\mathbf{H})$ . Empregaremos o valor esperado de  $X_i$ , denominado  $\bar{X}_i = \mathbf{E}[X_i]$ , obtido a partir da simulação semi-analítica, para ordenar as matrizes em ordem decrescente de dominância, ou seja, as matrizes no conjunto dominante  $\mathcal{A}(\mathbf{H})$  são aquelas com o menor valor de  $\bar{X}_i$ . As simulações para classificar as EEMs foram realizadas para ambos os modelos de desvanecimento do canal, Rayleigh e Rice.

A Tabela 3.4 lista os valores de  $\bar{X}_i$  para cada EEM  $\mathbf{A}_i$ , dos STTCs [10], [12] e [15] para o modelo de canal Rayleigh, e as Tabelas 3.5 e 3.6 listam os valores para os mesmos STTCs para o caso de desvanecimento Rice, com fator  $K_R = 3$  dB.

Os valores distintos de  $\bar{X}_i$ , ordenados de forma crescente formam o conjunto ordenado  $\beta^\iota = \{\beta_k\}_{k=1}^\iota$  com  $\iota$  elementos, onde  $\beta_k < \beta_{k+1}$ . Por exemplo, a partir dos valores listados na Tabela 3.4 para o STTC [10] de 4 estados, obtemos  $\beta^6 = \{1, 0; 6, 0; 6, 1; 10, 4; 11, 1; 13, 2\}$ .

Seja  $\mathcal{S}^\iota$  o conjunto de todas as EEMs  $\mathbf{A}_i$  tal que  $\bar{X}_i \in \beta^\iota$ , para este conjunto  $\beta^6$  verificando a Tabela 3.4 para o STTC [10] de 4 estados conclui-se que  $\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{18}\}$ . A FER expurgada (FER parcial) obtida com as EEMs em  $\mathcal{S}^\iota$  é denotada por  $\text{FER}^\iota$ . Na próxima seção será feita a análise da escolha apropriada do valor de  $\iota$  para a obtenção da FER parcial que resulta em limitantes com boa aproximação.

### 3.7 Resultados

Analisaremos o valor apropriado de  $\iota$  tal que  $\text{FER}^\iota$  aproxima a FER obtida por simulação (através do método de Monte Carlo) de (3.13) para um dado conjunto de EEMs pertencentes a  $\mathcal{S}^\iota$  para cada modelo de canal empregado. As condições utilizadas nas simulações para a obtenção da FER parcial ( $\text{FER}^\iota$  versus  $\iota$ ), para ambos os modelos de canais, foram  $n_R = 1$  e um comprimento de bloco  $L = 130$  símbolos, exceto os casos onde são indicados os novos valores de  $n_R$  e do comprimento do bloco. No caso do canal Rice foi empregado um fator de Rice  $K_R = 3$  dB. Para verificar a validade do limitante para uma ampla faixa de relação sinal ruído, as simulações da FER parcial foram realizadas para 3 valores de SNR: 10 dB, 15 dB e 20 dB. Em todas as figuras as linhas tracejadas indicam a simulação e as linhas cheias o limitante.

A escolha apropriada de  $\iota$  para o qual a  $\text{FER}^\iota$  é uma boa aproximação da FER consiste em encontrar o conjunto de EEMs dominantes, denominado de  $\mathcal{S}^{\iota^*}$ , onde  $\iota^*$  é o índice para o qual  $\text{FER}^{\iota^*}$  torna-se maior ou igual ao ponto de cruzamento entre as curvas das FERs.

As Figuras 3.3 a 3.8 ilustram as simulações da FER parcial  $\text{FER}^\iota$  versus  $\iota$ , para todos os STTCs utilizados no canal Rayleigh e as Figuras 3.9 a 3.14 ilustram as simulações da FER parcial dos mesmos STTCs para o caso Rice. Como exemplos de escolha de  $\iota^*$  temos no caso Rayleigh as Figuras 3.3 (STTC [10], 4 estados) e 3.4 (STTC [10], 8 estados) com  $\iota^* = 2$  e  $\iota^* = 3$ , respectivamente. Consultando a Tabela 3.4 verificamos que os conjuntos de médias associados a estes índices são  $\beta^2 = \{1, 0; 6, 0\}$  e  $\beta^3 = \{6, 0; 13, 6; 13, 7\}$ , que resultam nos conjuntos dominantes  $\mathcal{S}^2 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_5\}$  e  $\mathcal{S}^3 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{14}\}$ , respectivamente.

Como exemplo para o caso do canal Rice, temos a Figura 3.11 (STTC [12], 4 estados) com  $\beta^4 = \{6, 3; 7, 7; 10, 7; 12, 5\}$  (ver Tabela 3.6) e a Figura 3.14 (STTC [15], 8 estados) com  $\beta^6 = \{9, 6; 12; 12, 3; 13; 15; 15, 35\}$  (ver Tabela 3.5).

Assim, o índice  $\iota^* = 4$  leva ao conjunto dominante  $\mathcal{S}^4 = \{\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_{10}, \mathbf{A}_{16}, \mathbf{A}_{19}, \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{52}\}$  e  $\iota^* = 6$  a  $\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_7, \mathbf{A}_8, \mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{A}_{14}, \mathbf{A}_{17}, \mathbf{A}_{18}, \mathbf{A}_{25}, \mathbf{A}_{26}, \mathbf{A}_{29}, \mathbf{A}_{30}, \mathbf{A}_{33}, \mathbf{A}_{34}\}$ . O

Tabela 3.4:  $\bar{X}_i$  para os STTCs [10], [12] e [15], para o canal Rayleigh.

STTC [10]	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$
	4	1	1,0	8	5	6,0
		2 – 5	6		11 – 14	13,6
		6	6,1		1 – 4, 6 – 10	13,7
		7 – 10	10,4		27 – 30	13,8
		11 – 14	11,1		15 – 18	14
		15 – 18	13,2		19 – 26	21,2
STTC [12]	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$
	4	1, 2	14	8	1 – 4	22,1
		9, 10, 17 – 20	20,3		52, 53	28,1
		33 – 36	25,7		29	30,6
		11 – 14	26,4		13 – 20	32,7
		3 – 8, 47 – 48	30,6		48 – 51	34,5
		21 – 24	31,1		30, 31	36,5
		25 – 29, 31, 37, 39	35,5		21 – 28	38,4
		41, 43, 45, 46, 51 – 56	35,7		40 – 47	39,5
		30, 32, 38, 40	36,1		78 – 81	44,8
		42, 44, 49, 50	36,3		6 – 12	48,1
		15, 16	38,9		32 – 39	49,1
		57 – 60	39,8		62 – 69	49,5
		61 – 64	46,7		82 – 89	53,6
					70 – 77	59
					54 – 61	594
STTC [15]	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$
	4	5 – 12	18,4	8	13, 14	14,6
		1 – 4	22,5		9 – 12	15,2
		25 – 28, 45 – 52	23,3		31 – 36	17,9
		17 – 24, 29 – 36	27,8		23 – 26	18,3
		13 – 16	31,0		1 – 8	18,4
		37 – 44	36,4		27 – 30	18,5
					19 – 22	21,8
					15 – 18	22



Tabela 3.5:  $\bar{X}_i$  para os STTCs [10] e [15] para o canal Rice ( $K_R = 3$  dB).

STTC [10]	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$
	4	1	1,0	8	7	3,6
		3	2,8		5	6,3
		8	5,5		21, 22	7,8
		4, 5	6,2		12, 17, 18, 28	8,5
		6	6,4		3, 4	9,1
		18	7		8 – 10, 13, 14, 29, 30	14
		13, 14	9		1, 2	19
		2	9,6		11, 15, 16, 27	19,5
		9, 10	10,8		25, 26	19,8
		15, 16	13,3		6	23,8
		11, 12	13,7		23, 24	25,1
		7	15,1		19, 20	28,2
		17	17,2			
STTC [15]	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$	$2^\nu$	$i$	$\bar{X}_i$
	4	26	9	8	3, 4	9,6
		3, 4	9,5		14, 25, 26	12
		7, 8, 11, 12	11,8		11, 12	12,3
		19, 20, 23, 24, 31, 32, 35, 36	15,2		17, 18	13
		39, 40	15,5		33, 34	15
		47, 48, 51, 52	17,6		7, 8, 29, 30	15,35
		15, 16	20,5		9, 10, 13, 35, 36	18,2
		27, 28	24,6		21, 22	18,8
		5, 6, 9, 10	26		5, 6	21,2
		43, 44	28,4		31, 32	21,4
		45, 46, 49, 50	30,6		27, 28	21,8
		1, 2	35,7		19, 20, 23, 24	24,5
		25	37		1, 2	26,7
		17, 18, 21, 22, 29, 30, 33, 34	40		15, 16	29,7
		13, 14	42,3			
		41, 42	45,7			
		37, 38	50,1			

valor de cada  $\iota^*$  analisado nas Figuras 3.3 a 3.8, para o canal Rayleigh e nas Figuras 3.9 a 3.14, para o canal Rice, é indicado na legenda de cada figura. Na Tabela 3.7 temos um quadro resumo dos conjuntos dominantes  $S^{\iota^*}$  que foram utilizados para a obtenção da  $FER^{\iota^*}$  que aproxima a FER simulada de todos os STTCs utilizados para ambos os modelos de canal Rayleigh e Rice. É importante observar que a determinação de  $\iota^*$  não depende da relação sinal ruído. Portanto, deve-se simular a FER para

Tabela 3.6:  $\bar{X}_i$  para o STTC [12] para o canal Rice ( $K_R = 3$  dB).

$2^v$	$i$	$\bar{X}_i$	$2^v$	$i$	$\bar{X}_i$
4	2	6,3	8	23, 24	12,2
	4	7,7		3, 4	13
	16	10,7		13, 14	13,6
	10, 19, 20, 52	12,5		15, 16	15,7
	31,32,43,44	13,2		51	16,4
	48	15,7		38, 39	17
	35, 36	18,5		11, 12	17,3
	13, 14	18,9		80, 81	20,5
	55, 56	21,5		46, 47	23,5
	46, 50	22,2		88, 89	24,1
	7, 8	23,5		19, 20	26
	1, 23, 24	24		68, 69	27,2
	59, 60	27		56, 57, 72, 73	27,7
	27, 28	29,2		52, 53, 29	29,3
	9, 17, 18, 39, 40	29,5		27, 28	32,5
	33, 34	34,5		42, 43	33
	11, 12	34,9		1, 2	33,2
	5, 6, 21, 22	38,7		7, 8	35,5
	63, 64	39,1		30, 31, 48, 49, 64, 65	36,2
	25, 26	43,2		84, 85	42
	37, 38	43,6		17, 18	43,8
	47	45,3		76, 77, 60, 61	44,4
	45, 53, 54	48,7		34, 35	44,7
	49	49		40, 41, 25, 26	49,4
	41, 42	50,2		50	51,7
	3	51,1		44, 45	56,5
	57, 58	52,3		32, 33	58
	29, 30	54,5		21, 22	62,5
	51	55,2		5, 6, 62, 63	63,9
	61, 62	57		78, 79	66,8
	15	60,7		82, 83	68
				66, 67	70,3
		9, 10	74,8		
		36, 37	75,4		
		74, 75	76,3		
		58, 59	76,7		
		86, 87	78,1		
		70, 71	83,7		
		54, 55	84,1		

Tabela 3.7: Conjuntos dominantes  $\mathcal{S}^{\iota^*}$  dos STTCs [10, 12, 15] para os canais Rayleigh e Rice.

STTC	$2^\nu$	$\mathcal{S}^{\iota^*}$ (Rayleigh)	$\mathcal{S}^{\iota^*}$ (Rice - $K_R = 3$ dB)
[10]	4	$\mathcal{S}^2 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_5\}$	$\mathcal{S}^4 = \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_6, \mathbf{A}_8\}$
	8	$\mathcal{S}^3 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{14}\}$	$\mathcal{S}^8 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_5, \mathbf{A}_7 - \mathbf{A}_{18}, \mathbf{A}_{21}, \mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{27} - \mathbf{A}_{30}\}$
[12]	4	$\mathcal{S}^2 = \{\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_9, \mathbf{A}_{10}, \mathbf{A}_{17} - \mathbf{A}_{20}\}$	$\mathcal{S}^4 = \{\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_{10}, \mathbf{A}_{16}, \mathbf{A}_{19}, \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{52}\}$
	8	$\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_{13} - \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{29} - \mathbf{A}_{31}, \mathbf{A}_{48} - \mathbf{A}_{53}\}$	$\mathcal{S}^{19} = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_7, \mathbf{A}_8, \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{16}, \mathbf{A}_{19}, \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{23}, \mathbf{A}_{24}, \mathbf{A}_{27} - \mathbf{A}_{31}, \mathbf{A}_{38}, \mathbf{A}_{39}, \mathbf{A}_{42}, \mathbf{A}_{43}, \mathbf{A}_{46} - \mathbf{A}_{49}, \mathbf{A}_{51} - \mathbf{A}_{53}, \mathbf{A}_{56}, \mathbf{A}_{57}, \mathbf{A}_{64}, \mathbf{A}_{65}, \mathbf{A}_{68}, \mathbf{A}_{69}, \mathbf{A}_{72}, \mathbf{A}_{73}, \mathbf{A}_{80}, \mathbf{A}_{81}\}$
[15]	4	$\mathcal{S}^2 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{12}\}$	$\mathcal{S}^4 = \{\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_7, \mathbf{A}_8, \mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{A}_{19}, \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{23}, \mathbf{A}_{24}, \mathbf{A}_{26}, \mathbf{A}_{31}, \mathbf{A}_{32}, \mathbf{A}_{35}, \mathbf{A}_{36}\}$
	8	$\mathcal{S}^3 = \{\mathbf{A}_9 - \mathbf{A}_{14}, \mathbf{A}_{31} - \mathbf{A}_{36}\}$	$\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_4, \mathbf{A}_7, \mathbf{A}_8, \mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{A}_{14}, \mathbf{A}_{17}, \mathbf{A}_{18}, \mathbf{A}_{25}, \mathbf{A}_{26}, \mathbf{A}_{29}, \mathbf{A}_{30}, \mathbf{A}_{33}, \mathbf{A}_{34}\}$

apenas um valor de relação sinal ruído. Um outro fato a ser observado é que em geral  $\text{FER}^{\iota^*}$  cresce muito lentamente para  $\iota > \iota^*$ , de onde se conclui que para o canal Rayleigh a escolha de valores de  $\iota^* = 3$  para STTCs de 4 estados e  $\iota^* = 5$  para STTCs de 8 estados leva a uma boa aproximação da FER.

As Figuras 3.15, 3.16 e 3.17 comparam o limitante expurgado com simulações, para  $n_R = 1, 2$ , para os STTCs [10], [12], e [15], de 4 e 8 estados para o canal Rayleigh. As Figuras 3.18, 3.19 e 3.20 ilustram a comparação para os mesmos STTCs para o canal Rice com  $K_R = 3$  dB. Os conjuntos dominantes  $\mathcal{S}^{\iota^*}$  referenciados nas figuras citadas estão listados na Tabela 3.7. Observa-se que as curvas obtidas com os limitantes são praticamente indistinguíveis das obtidas por simulações para uma ampla faixa de SNR e ambos modelos de desvanecimento.

Para uma condição de um bloco maior ( $L = 500$ ) que o utilizado para todas as simulações anteriores ( $L = 130$ ), a Figura 3.21 ilustra o limitante obtido para o STTC [10] de 8 estados com  $L = 500$ , canal Rayleigh, com o mesmo conjunto de EEMs ( $\mathcal{S}^3$ ) utilizado para  $L = 130$ . Podemos observar que as curvas da simulação e do limitante expurgado, como nos casos anteriores, são praticamente indistinguíveis.

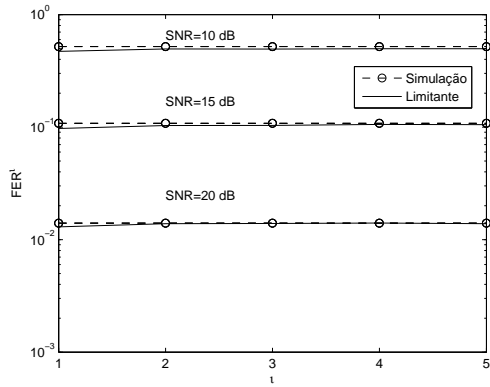


Figura 3.3:  $FER^l \times l$ , para o STTC [10], 4 estados, canal Rayleigh.  $l^* = 2$ .

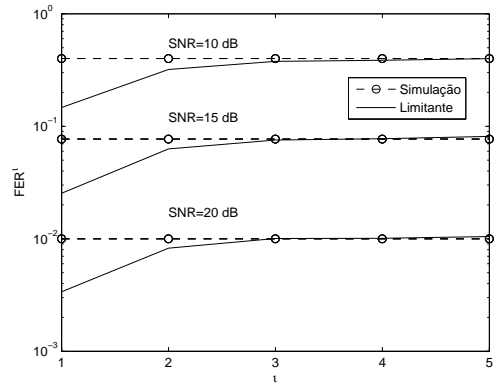


Figura 3.4:  $FER^l \times l$ , para o STTC [10], 8 estados, canal Rayleigh.  $l^* = 3$ .

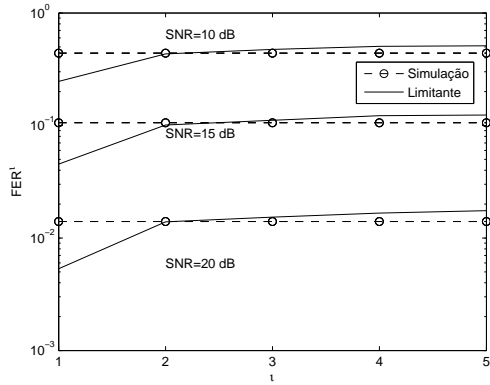


Figura 3.5:  $FER^l \times l$ , para o STTC [12], 4 estados, canal Rayleigh.  $l^* = 2$ .

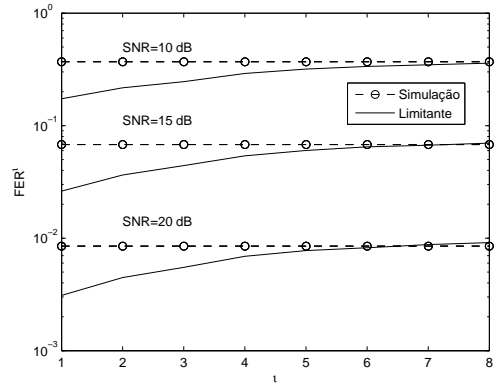


Figura 3.6:  $FER^l \times l$ , para o STTC [12], 8 estados, canal Rayleigh.  $l^* = 6$ .

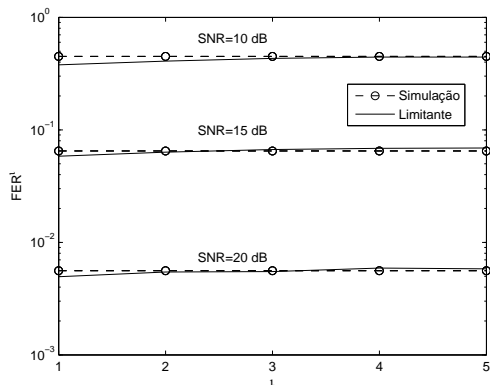


Figura 3.7:  $FER^l \times l$ , para o STTC [15], 4 estados,  $n_R = 1$ , canal Rayleigh.  $l^* = 2$ .

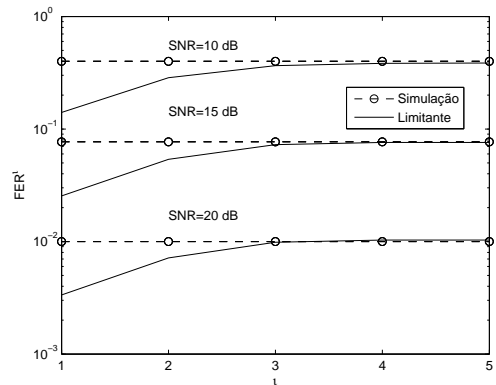


Figura 3.8:  $FER^l \times l$ , para o STTC [15], 8 estados,  $n_R = 1$ , canal Rayleigh.  $l^* = 3$ .

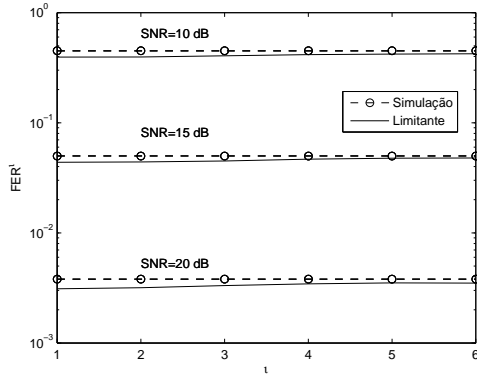


Figura 3.9:  $FER^l \times l$ , para o STTC [10], 4 estados, canal Rice.  $l^* = 4$ .

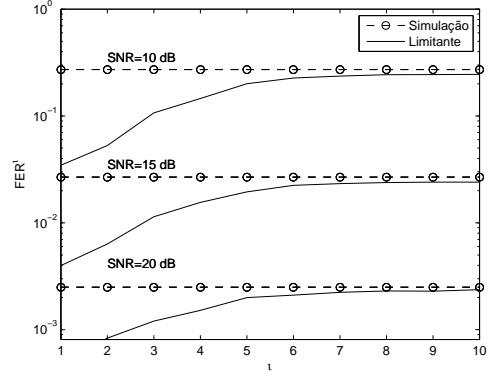


Figura 3.10:  $FER^l \times l$ , para o STTC [10], 8 estados, canal Rice.  $l^* = 8$ .

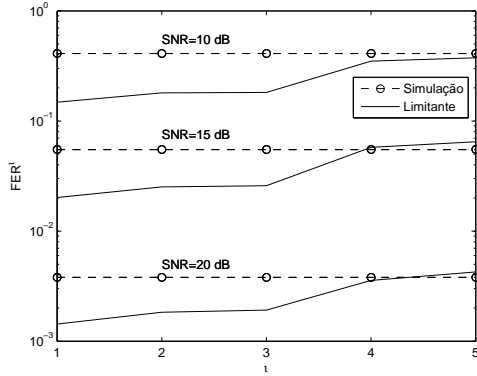


Figura 3.11:  $FER^l \times l$ , para o STTC [12], 4 estados, canal Rice.  $l^* = 4$ .

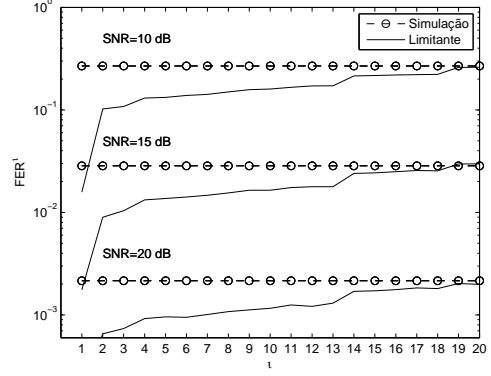


Figura 3.12:  $FER^l \times l$ , para o STTC [12], 8 estados, canal Rice.  $l^* = 19$ .

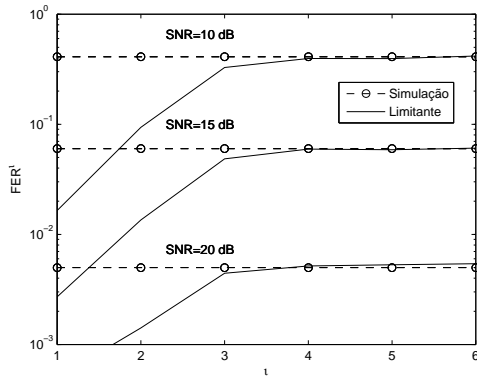


Figura 3.13:  $FER^l \times l$ , para o STTC [15], 4 estados,  $n_R = 1$ , canal Rice.  $l^* = 4$ .

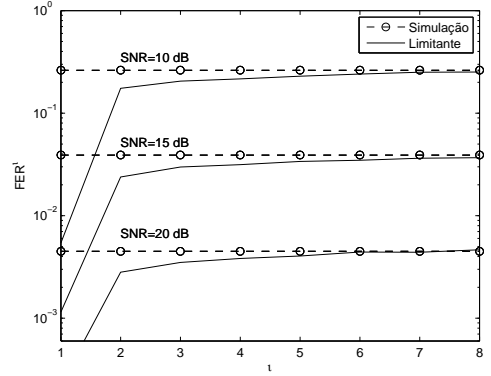


Figura 3.14:  $FER^l \times l$ , para o STTC [15], 8 estados,  $n_R = 1$ , canal Rice.  $l^* = 6$ .

### 3.7.1 Seleção (TAS) e correlação entre as antenas de transmissão

Os cenários utilizados ao longo das simulações dos limitantes, sempre consideravam que não havia seleção entre as antenas de transmissão (TAS) e que havia espaçamento suficiente entre as antenas transmissoras de modo que as transmissões entre antenas pudessem sempre ser consideradas totalmente decorrelacionadas. Para uma investigação da validade do limitante utilizado em outros cenários, foram realizadas simulações dos limitantes para os casos TAS e correlação entre as antenas transmissoras. Para ambos os casos foram empregados nas simulações os mesmos conjuntos dominantes de EEMs  $\mathcal{S}^{\iota^*}$  utilizados anteriormente para cada código e todas as simulações foram realizadas para o canal Rayleigh.

A Figura 3.22 ilustra a simulação da  $FER \times SNR$  para o caso TAS do STTC [10] com 4 estados, que seleciona duas entre três antenas transmissoras utilizando uma e duas antenas receptoras (2,3;1) e (2,3;2). As Figuras 3.23 e 3.24 ilustram a simulação da  $FER \times SNR$  para o caso de correlação entre as antenas transmissoras para o STTC [10] e o STTC [12], respectivamente, ambos com 8 estados,  $n_R = 1, 2$  e fator de correlação  $\rho = 0, 4$ . Observa-se que as curvas obtidas com os limitantes, em ambos os casos, são praticamente indistinguíveis das obtidas por simulações para uma ampla faixa de SNR.

A boa aproximação do limitante para o caso TAS pode ser explicado pelo método de classificação das EEMs dominantes. As EEMs selecionadas devem ser aquelas que dominam valores de distâncias (para vários valores de  $\mathbf{H}$ ) para um subconjunto de antenas. As antenas não selecionadas pelo método TAS têm pouca contribuição no ordenamento das EEMs.

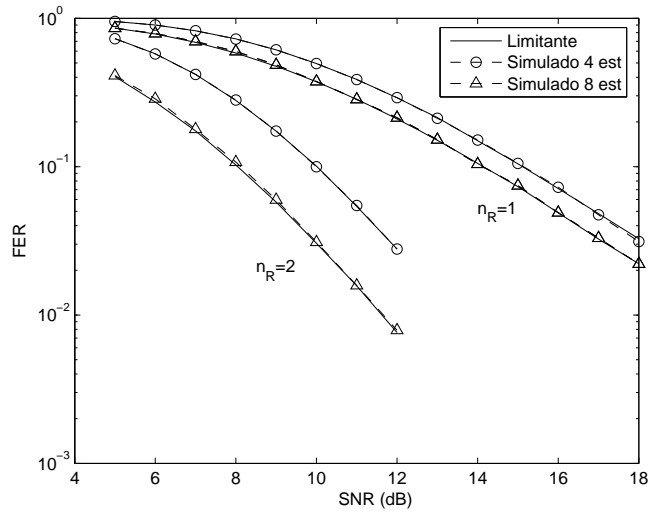


Figura 3.15: FER  $\times$  SNR para o STTC [10], 4 estados ( $\mathcal{S}^2$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^3$ ),  $n_R = 1, 2$ , canal Rayleigh.

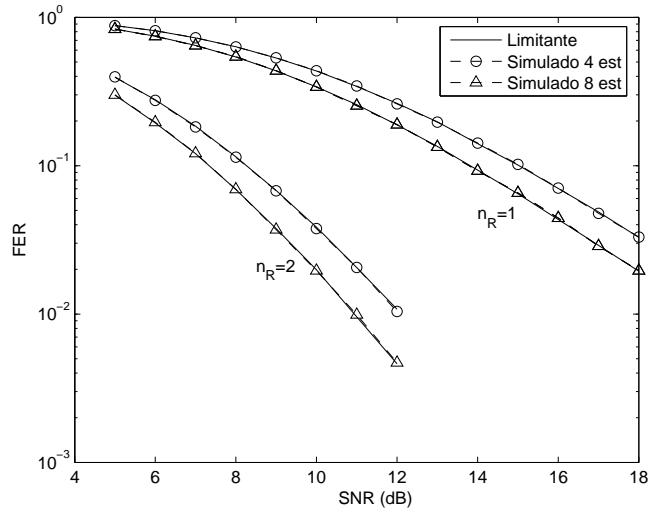


Figura 3.16: FER  $\times$  SNR para o STTC [12], 4 estados ( $\mathcal{S}^2$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^6$ ),  $n_R = 1, 2$ , canal Rayleigh.

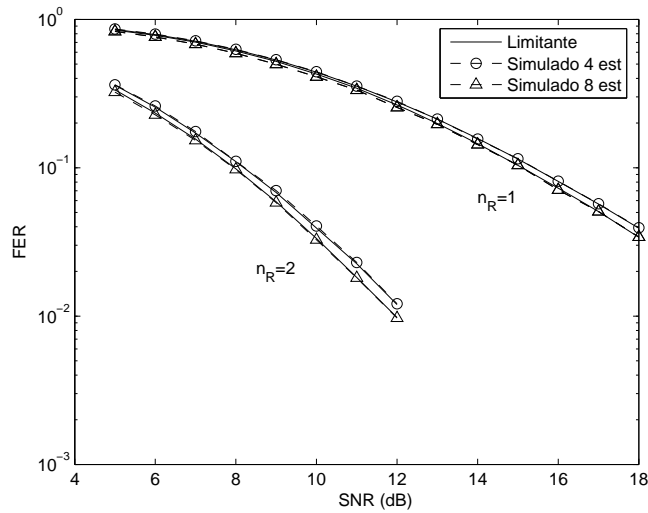


Figura 3.17: FER  $\times$  SNR para o STTC [15], 4 estados ( $\mathcal{S}^2$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^3$ ),  $n_R = 1, 2$ , canal Rayleigh.

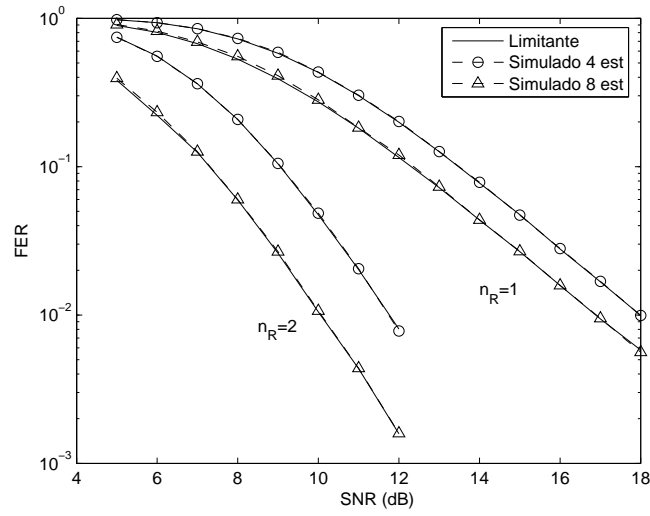


Figura 3.18: FER  $\times$  SNR para o STTC [10], 4 estados ( $\mathcal{S}^4$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^8$ ),  $n_R = 1, 2$ , canal Rice.

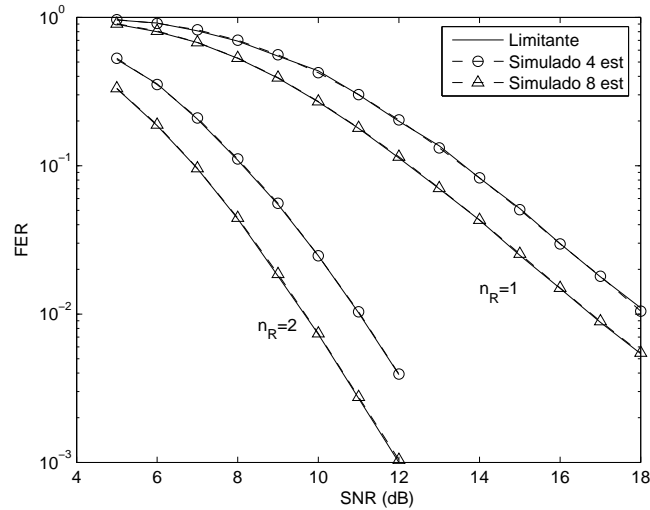


Figura 3.19: FER  $\times$  SNR para o STTC [12], 4 estados ( $\mathcal{S}^4$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^{19}$ ),  $n_R = 1, 2$ , canal Rice.

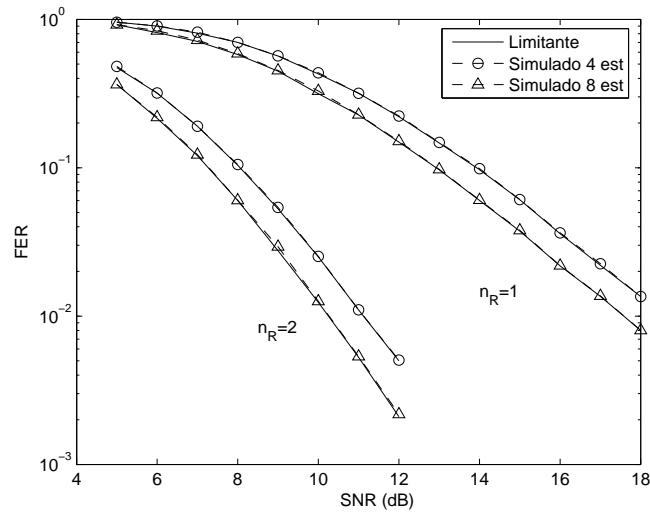


Figura 3.20: FER  $\times$  SNR para o STTC [15], 4 estados ( $\mathcal{S}^4$ ) e 8 estados ( $\mathcal{S}^6$ ),  $n_R = 1, 2$ , canal Rice.



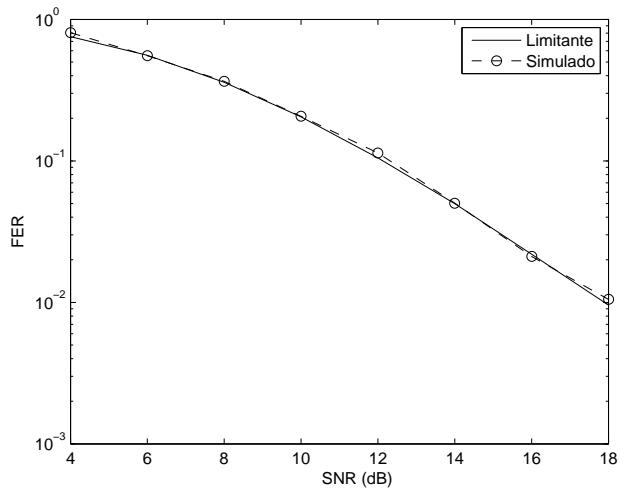


Figura 3.21: FER versus SNR em cada antena na recepção para o STTC [10], de 8 estados,  $n_R = 1$ , canal Rayleigh e  $L = 500$ , com o conjunto  $\mathcal{S}^3$ .

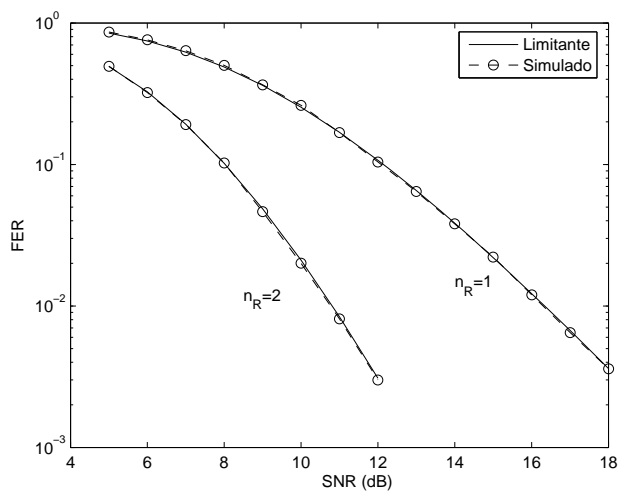


Figura 3.22: FER  $\times$  SNR em cada antena na recepção para o STTC [10], 4 estados, canal Rayleigh, utilizando o esquema TAS/MRC (2,3;1) e (2,3;2), com o conjunto  $\mathcal{S}^2$ .

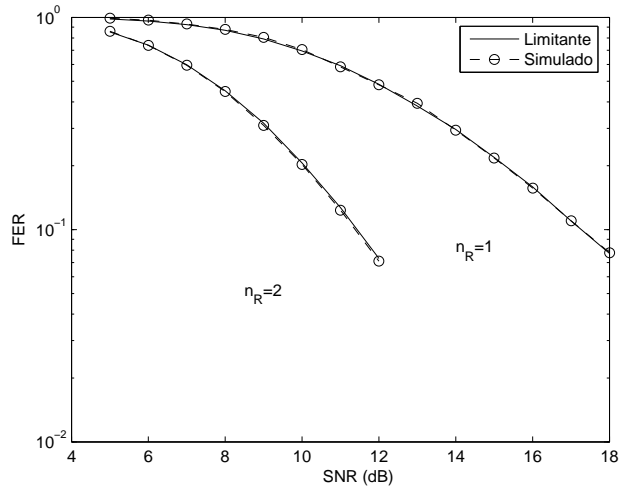


Figura 3.23: FER  $\times$  SNR em cada antena na recepção para o STTC [10], 8 estados,  $n_R = 1, 2$ , canal Rayleigh e fator de correlação  $\rho = 0.4$ , com o conjunto  $\mathcal{S}^3$ .

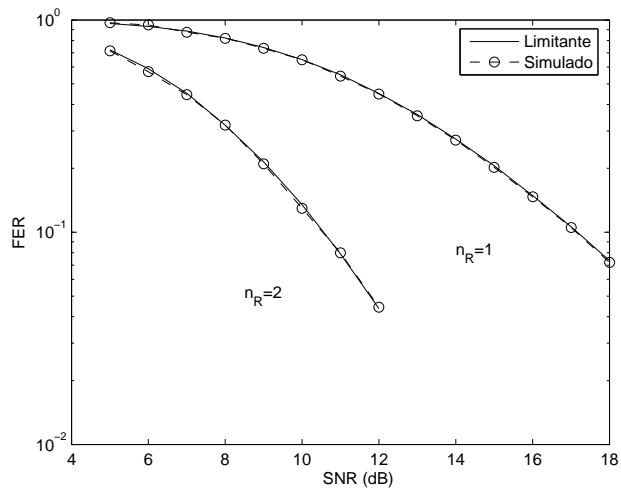


Figura 3.24: FER  $\times$  SNR em cada antena na recepção para o STTC [12], 8 estados,  $n_R = 1, 2$ , canal Rayleigh e fator de correlação  $\rho = 0.4$ , com o conjunto  $\mathcal{S}^6$ .

## CAPÍTULO 4

# CÓDIGOS ESPÁCIO-TEMPORAIS TURBO

A concatenação paralela de dois STTC combinando o ganho de codificação dos esquemas turbo com codificadores componentes que exploram o ganho de diversidade em canais MIMO (STTC), resulta em um esquema de transmissão conhecido como códigos espaço-temporais turbo (STTuCs) [21–23, 35, 55]. Este esquema de transmissão apresenta melhor desempenho que o esquema TuCM que emprega um codificador TCM como codificador componente [56].

Neste capítulo estamos interessados em enumerar o espectro de distâncias de STTuCs perfurados. Em geral, as propostas de enumeração de STTuCs perfurados encontrados na literatura baseiam-se primeiramente na enumeração das sequências binárias na treliça do codificador componente perfurado para posteriormente mapear este efeito nas sequências de símbolos complexos da treliça [35]. Para esta enumeração é utilizado um algoritmo de busca exaustiva na treliça proposto em [29], proporcionando desta forma um elevado esforço computacional.

A técnica de enumeração proposta neste capítulo generaliza aquela empregada no capítulo anterior para obtenção da enumeração das EEMs dos STTCs. Esta técnica considera o efeito da perfuração expandindo-se o número de estados do DSE do STTC componente e definindo-se uma nova matriz adjacência do DSE expandido. Após o efeito da perfuração, aplica-se nesta nova matriz adjacência o mesmo algoritmo simbólico utilizado para enumerar as EEMs dos STTCs.

Finalmente, após a enumeração de cada STTC componente obtém-se a enumeração do STTuC levando-se em conta o efeito do entrelaçador. Com o objetivo de ressaltar a robustez do método, foram feitas as enumerações de dois esquemas turbo que empregam STTCs componentes com critérios de construção diferentes, sendo um com o critério do determinante [22] e outro com o critério do traço [23].

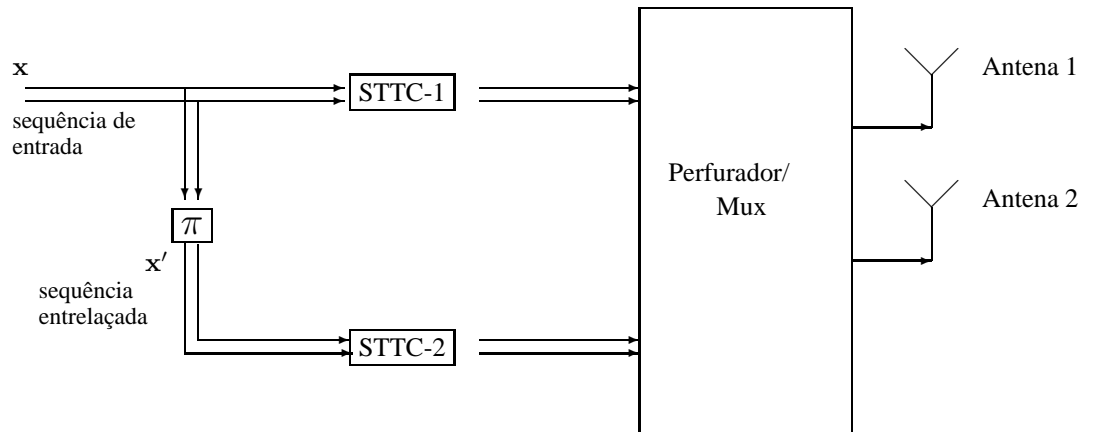


Figura 4.1: Diagrama em blocos de um esquema STTuC perfurado com codificadores componentes (STTC-1 e STTC-2) e duas antenas transmissoras.

## 4.1 Esquema STTuC

O esquema STTuC utiliza dois ou mais STTCs como codificadores componentes. Normalmente, os STTCs encontrados na literatura [10, 12, 15] não estão na forma recursiva e sistemática. Nesta tese utilizaremos STTuCs com STTCs componentes recursivos e não recursivos. Um algoritmo para converter STTC da sua forma original para a forma recursiva, não sistemática, é detalhado em [57].

A Figura 4.1 ilustra um esquema típico de transmissão STTuC perfurado que emprega duas antenas transmissoras. No exemplo da figura, o STTuC é formado por dois STTCs, em geral idênticos, na sua forma recursiva ou não, denominados STTC-1 e STTC-2, conectados em paralelo via um entrelaçador uniforme [58] de símbolo, denominado  $\pi$ . O STTC-1 recebe a sequência binária de entrada a ser codificada  $x$  e o STTC-2, a sua versão entrelaçada  $x'$ . As respectivas saídas de cada STTC componente são multiplexadas e para preservar a eficiência espectral individual de cada STTC, estas saídas são perfuradas e enviadas simultaneamente pelas duas antenas.

As Tabelas 4.1 e 4.2 listam os rótulos das treliças dos STTCs [10] componentes com 8 estados, modulações QPSK e 8PSK, respectivamente, nas suas versões originais e recursivas. A notação de entrada/saída ( $d/s_1s_2$ ) utilizada na tabela corresponde à equivalência decimal ( $d$ ) dos bits de entrada e aos símbolos MPSK transmitidos pelas antenas 1 ( $s_1$ ) e 2 ( $s_2$ ), respectivamente [57]. Observa-se nas tabelas que os rotulamentos dos símbolos complexos na treliça das versões originais e recursivas não mudam. A mudança é devida tão somente à correspondente sequência binária de entrada. Isto garante que na versão recursiva o ganho de diversidade do STTC seja o mesmo da treliça original.

Os STTCs de 8 estados das Tabelas 4.1 e 4.2 são componentes dos STTuCs propostos em [22] que

Tabela 4.1: Rotulamento para o STTC [10] com 8 estados, QPSK, nas versões recursiva e não recursiva.

Estado	$d/s_1s_2$ (não recursivo)	$d/s_1s_2$ (recursivo)
1	0/00,1/01,2/02,3/03	0/00,1/01,2/02,3/03
2	0/10,1/11,2/12,3/13	0/10,1/11,2/12,3/13
3	0/20,1/21,2/22,3/23	1/20,2/21,3/22,0/23
4	0/30,1/31,2/32,3/33	1/30,2/31,3/32,0/33
5	0/22,1/23,2/20,3/21	2/22,3/23,0/20,1/21
6	0/32,1/33,2/30,3/31	2/32,3/33,0/30,1/31
7	0/02,1/03,2/00,3/01	3/02,0/03,1/00,2/01
8	0/12,1/13,2/10,3/11	3/12,0/13,1/10,0/11

utilizam dois STTCs componentes, um recursivo e o outro não. Estes STTCs componentes listados nas Tabelas 4.1 e 4.2 foram construídos segundo o critério do determinante [10].

O STTuC proposto em [23] tem STTC componentes construídos segundo o critério do traço [15] e ambos STTC componentes são recursivos; utilizamos dois STTuCs de [23] um com modulação QPSK (4 estados) e outro com modulação 8PSK (8 estados). O rotulamento (dos símbolos complexos nas treliças) destes dois códigos são dados pelas Figuras 4.2 e 4.3, respectivamente. As sequências binárias de entrada de ambos os codificadores seguem a ordem 00/01/10/11 para todos os estados.

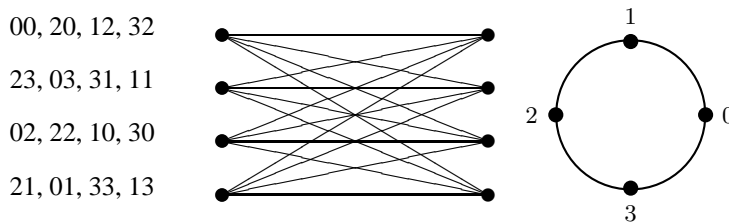


Figura 4.2: Treliça do STTC componente do STTuC [23] (4 estados) e o mapeamento na constelação QPSK.

Tabela 4.2: Rotulamento para o STTC [10] com 8 estados, 8PSK, nas versões recursiva e não recursiva.

Estado	$d/s_1s_2$ (não recursivo)	$d/s_1s_2$ (recursivo)
1	0/00,1/01,2/02,3/03,4/04,5/05,6/06,7/07	0/00,1/01,2/02,3/03,4/04,5/05,6/06,7/07
2	0/50,1/51,2/52,3/53,4/54,5/55,6/56,7/57	1/50,2/51,3/52,4/53,5/54,6/55,7/56,0/57
3	0/20,1/21,2/22,3/23,4/24,5/25,6/26,7/27	2/20,3/21,4/22,5/23,6/24,7/25,0/26,1/27
4	0/70,1/71,2/72,3/73,4/74,5/75,6/76,7/77	3/70,4/71,5/72,6/73,7/74,0/75,1/76,2/77
5	0/40,1/41,2/42,3/43,4/44,5/45,6/46,7/47	4/40,5/41,6/42,7/43,0/44,1/45,2/46,3/47
6	0/10,1/11,2/12,3/13,4/14,5/15,6/16,7/17	5/10,6/11,7/12,0/13,1/14,2/15,3/16,4/17
7	0/60,1/61,2/62,3/63,4/64,5/65,6/66,7/67	6/60,7/61,0/62,1/63,2/64,3/65,4/66,5/67
8	0/30,1/31,2/32,3/33,4/34,5/35,6/36,7/37	7/30,0/31,1/32,2/33,3/34,4/35,5/36,6/37

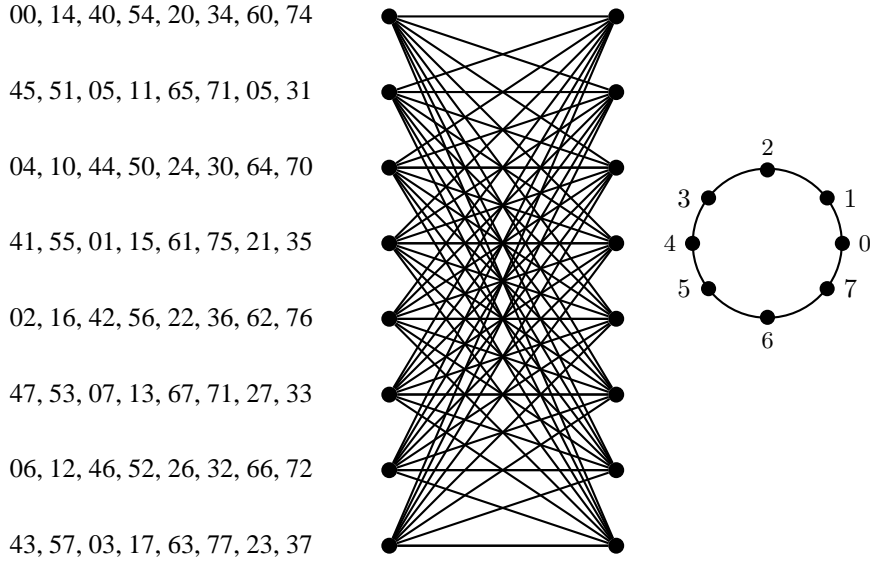


Figura 4.3: Treliça do STTC componente do STTuC [23] (8 estados) e o mapeamento na constelação 8PSK.

#### 4.1.1 Entrelaçador

O entrelaçador uniforme,  $\pi$ , que conecta a informação de entrada ao STTC-2, é um entrelaçador de símbolos composto de dois entrelaçadores independentes: um ímpar, denominado  $\pi_O$ , e outro par, denominado  $\pi_E$ . O entrelaçador  $\pi_O$  opera sobre o grupo de bits para os índices ímpares (O) de tempo discreto dos símbolos complexos da treliça, e o entrelaçador  $\pi_E$  sobre os grupos de bits de índices pares (E) destes símbolos.

Como exemplo, os bits de uma sequência binária de entrada de um STTuC com eficiência espectral de 3 bits/seg/Hz são agrupados em grupos de três bits,  $\mathbf{x} = \{x_0x_1x_2, x_3x_4x_5, x_6x_7x_8, x_9x_{10}x_{11}\}$ , correspondendo a cada grupo de bits um índice (par ou ímpar). Para a sequência dada, o conjunto de bits  $\{x_0x_1x_2, x_6x_7x_8\}$  é entrelaçado por  $\pi_O$  e  $\{x_3x_4x_5, x_9x_{10}x_{11}\}$  por  $\pi_E$ . Um exemplo típico de uma realização do entrelaçador é a sequência  $\mathbf{x}' = \{x_8x_6x_0, x_{11}x_9x_{10}, x_2x_1x_7, x_3x_5x_4\}$ . O STTuC com modulação MPSK, com entrelaçador  $\pi$  de  $K$  símbolos, tem os entrelaçadores  $\pi_O$  e  $\pi_E$  com comprimento em bits iguais a  $\frac{K}{2} \log_2(M)$ .

A perfuração e a multiplexação são realizadas em pares de símbolos complexos de saída dos STTCs de modo que em um determinado intervalo de sinalização discreto  $k$ , somente a saída de um STTC componente acessa as duas antenas. Se, por exemplo, a sequência de saída complexa do STTC-1 é igual a  $\mathbf{S}_1 = [S_{11}^k S_{12}^k, S_{11}^{k+1} S_{12}^{k+1}, S_{11}^{k+2} S_{12}^{k+2}, S_{11}^{k+3} S_{12}^{k+3}]$  e a sequência de saída do STTC-2 é  $\mathbf{S}_2 = [S_{21}^k S_{22}^k, S_{21}^{k+1} S_{22}^{k+1}, S_{21}^{k+2} S_{22}^{k+2}, S_{21}^{k+3} S_{22}^{k+3}]$ , a alternância de intervalos pares e ímpares durante a

perfuração das sequências  $\mathbf{S}_1$  e  $\mathbf{S}_2$  resulta em  $\mathbf{S} = [S_{11}^k S_{12}^k, S_{21}^{k+1} S_{22}^{k+1}, S_{11}^{k+2} S_{12}^{k+2}, S_{21}^{k+3} S_{22}^{k+3}]$ , sendo  $S_{ji}^k$  o símbolo complexo de saída do STTC- $j$  transmitido pela antena  $i$  no intervalo de tempo discreto  $k$ . A eficiência espectral do STTuC perfurado é  $\log_2 M$  bits/s/Hz, idêntica à do STTC componente.

## 4.2 Limitante de STTuC em Canais com Desvanecimento Quase Estático

Nesta seção, derivaremos uma expressão para o limitante superior da probabilidade de erro de bloco para STTuC em canais com desvanecimento plano. Consideraremos uma decodificação de máxima verossimilhança, com perfeito conhecimento do estado do canal pelo receptor e o esquema de transmissão com  $n_T = 2$  antenas transmissoras. A análise de desempenho de STTC é bem definida pelo limitante da união da probabilidade condicional do primeiro evento erro dada por (3.10).

Pelos motivos explicados na Seção 3.2, o limitante da união pode não convergir, sendo assim, utilizaremos o limitante da união expurgado definido em (3.11). O objetivo é obter o espectro de distâncias de esquemas STTuCs perfurados a partir do espectro de distâncias dos STTCs componentes e, posteriormente, um limitante da probabilidade de erro de bloco usando a técnica de classificação das EEMs do STTuC da mesma forma que fora feita para os STTC.

Em [58] foi introduzida uma função enumeradora dos pesos de Hamming das sequências binárias de entrada e saída de códigos turbo binários. Estenderemos este conceito para os STTuCs. Como em (2.12), definiremos uma função enumeradora do primeiro evento erro para o STTC componente STTC- $j$ ,  $j = 1, 2$ , dada por:

$$T^j(W, X, Y, Z) = \sum_{w,x,y,z} t_{w,x,y,z} W^w X^x Y^y Z^z, \quad j = 1, 2, \quad (4.1)$$

onde  $t_{w,x,y,z}$  é a multiplicidade média do primeiro evento erro com distância de Hamming  $w$  entre as sequências binárias de entrada correspondentes ao percurso correto ( $\mathbf{c}$ ) e ao evento erro ( $\mathbf{e}$ ), e com as medidas de distâncias Euclidianas quadradas  $x, y, z$  representadas pelos elementos  $a_{ij}$  da EEM  $\mathbf{A}(\mathbf{c}, \mathbf{e})$  definida em (3.6).

A enumeração do STTC componente segue a mesma técnica abordada no capítulo anterior, ou seja, a obtenção da matriz adjacência reduzida  $\mathbf{B}$  do DSE. Como exemplo, seja a Figura 4.4 do DSE

aberto de um STTC hipotético de 3 estados representado pela matriz adjacência reduzida dada por:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & W^{w_0} X^{x_0} Y^{y_0} Z^{z_0} & 0 \\ W^{w_5} X^{x_5} Y^{y_5} Z^{z_5} & W^{w_1} X^{x_1} Y^{y_1} Z^{z_1} & W^{w_2} X^{x_2} Y^{y_2} Z^{z_2} \\ 0 & W^{w_3} X^{x_3} Y^{y_3} Z^{z_3} & W^{w_4} X^{x_4} Y^{y_4} Z^{z_4} \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

O elemento  $(i, j)$  de  $\mathbf{B}$  em (4.2) corresponde ao rótulo do ramo que conecta  $S_i$  a  $S_j$  na Figura 4.4.

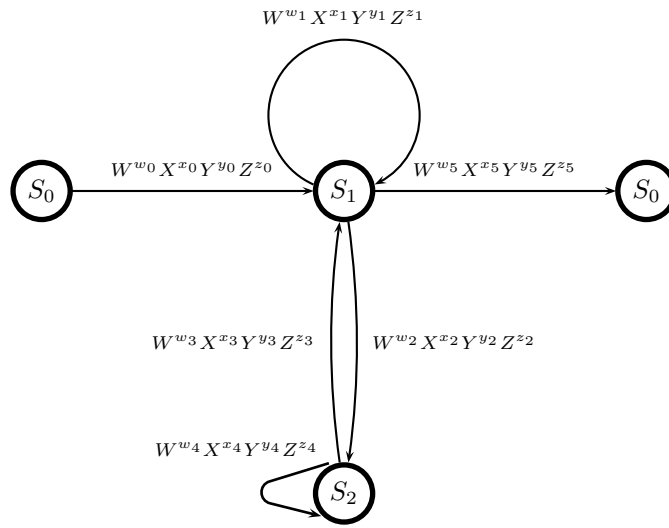


Figura 4.4: DSE aberto de um STTC hipotético com 3 estados.

A matriz  $\mathbf{B}$  do STTC componente na forma em que se apresenta em (4.2) não leva em consideração o efeito da perfuração.

Na próxima seção descreveremos um método que manipula algebricamente os elementos de  $\mathbf{B}$  originando uma nova matriz que leva em consideração o efeito da perfuração e esta matriz denominada de perfurada, será a entrada do algoritmo para a obtenção da função de transferência e consequentemente do espectro de distâncias do STTC componente perfurado.

#### 4.2.1 Efeito da Perfuração

Em [35], [59] e [60] foram apresentados alguns métodos de levar o efeito da perfuração à função enumeradora dos códigos componentes, porém este efeito foi realizado a nível binário e posteriormente mapeado para o símbolo complexo da treliça. Proporemos um método semelhante ao de [35], porém com o efeito da perfuração aplicado diretamente à matriz adjacência complexa do DSE do STTC componente, o que torna a implementação bem mais simplificada.



Consideraremos que cada STTC componente tem a treliça perfurada de modo a associarmos as transmissões ímpares ao STTC-1 e as pares ao STTC-2. Como o STTC- $j$  é perfurado em instantes de tempo alternados, definiremos um novo diagrama de estados aumentado [60] que indica todas as transições possíveis entre os estados: as transições onde há a perfuração e as transições sem perfuração.

Para este fim, foi adicionado um novo conjunto de estados  $S'_k$ , em que a transição entre estados  $S_i \rightarrow S'_k$  indica que ocorreu a perfuração (o rótulo dos ramos para estas transições perfuradas é igual a 1) e a transição  $S'_i \rightarrow S_k$  indica que não ocorreu (o rótulo dos ramos para estas transições é o mesmo que o rótulo do DSE original, ou seja,  $S_i \rightarrow S_k$ ). Não é possível haver transições  $S'_i \rightarrow S'_k$  visto que, neste caso, após uma perfuração o STTC- $j$  sempre transmite sem perfuração no intervalo de tempo seguinte e vice-versa. Entretanto, a generalização para um padrão de perfuração arbitrário é possível.

A Figura 4.5 ilustra o DSE aumentado para o STTC da Figura 4.4. Em cada elemento da matriz adjacência do DSE aumentado, a perfuração é observada pela não enumeração da variável perfurada (que assume valor igual a 1). Este novo DSE representado na Figura 4.5 resulta na matriz (cuja sequência de estados nas linhas/colunas é  $S_0, S'_1, S_1, S'_2, S_2$ ) dada por:

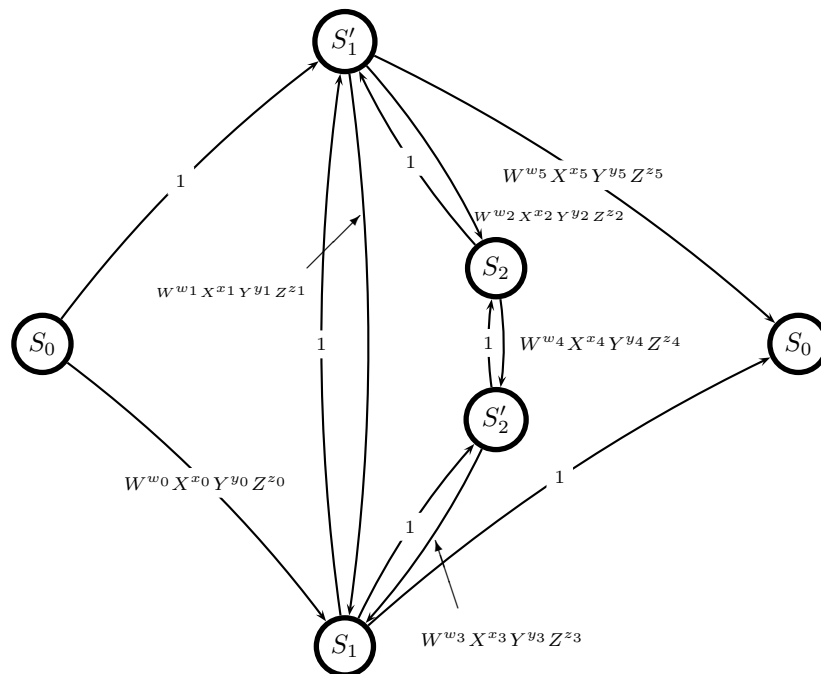


Figura 4.5: DSE aumentado do STTC hipotético de 3 estados ilustrado na Figura 4.4, indicando as transições com e sem perfuração.

$$\mathbf{B}_{punc} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & W^{w_0} X^{x_0} Y^{y_0} Z^{z_0} & 0 & 0 \\ W^{w_5} X^{x_5} Y^{y_5} Z^{z_5} & 0 & W^{w_1} X^{x_1} Y^{y_1} Z^{z_1} & 0 & W^{w_2} X^{x_2} Y^{y_2} Z^{z_2} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & W^{w_3} X^{x_3} Y^{y_3} Z^{z_3} & 0 & W^{w_4} X^{x_4} Y^{y_4} Z^{z_4} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

A obtenção da matriz perfurada  $\mathbf{B}_{punc}$  do STTC, a partir da matriz reduzida  $\mathbf{B}$ , pode ser resumida nos passos do algoritmo descrito na seção a seguir.

#### 4.2.2 Algoritmo Para a Obtenção de $\mathbf{B}_{punc}$

Exemplificaremos cada passo do algoritmo usando a matriz reduzida  $\mathbf{B}$  em (4.2).

**Passo 1:** Exclua a primeira linha e coluna de  $\mathbf{B}$  obtendo a submatriz:

$$\mathbf{B}_{sub} = \begin{pmatrix} W^{w_1} X^{x_1} Y^{y_1} Z^{z_1} & W^{w_2} X^{x_2} Y^{y_2} Z^{z_2} \\ W^{w_3} X^{x_3} Y^{y_3} Z^{z_3} & W^{w_4} X^{x_4} Y^{y_4} Z^{z_4} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

**Passo 2:** Para cada elemento  $a$  de  $\mathbf{B}_{sub}$  substituí-lo por  $\begin{pmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  para  $a$  não nulo e por  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  para  $a$  nulo, obtendo a matriz:

$$\mathbf{B}' = \begin{pmatrix} 0 & W^{w_1} X^{x_1} Y^{y_1} Z^{z_1} & 0 & W^{w_2} X^{x_2} Y^{y_2} Z^{z_2} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & W^{w_3} X^{x_3} Y^{y_3} Z^{z_3} & 0 & W^{w_4} X^{x_4} Y^{y_4} Z^{z_4} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

**Passo 3:** Para cada elemento  $a$  não nulo da primeira linha e primeira coluna excluídas de  $\mathbf{B}$  no Passo 1, exceto o elemento comum  $[\mathbf{B}]_{1,1} = 0$ , substituí-lo por  $(1 \ a)$  (linha) e  $\begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}$  (coluna). Para o caso em que  $a$  é nulo fazer a substituição por  $(0 \ 0)$  (linha) e  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  (coluna), resultando no vetor linha:

$$\left( 0 \ 1 \ W^{w_0} X^{x_0} Y^{y_0} Z^{z_0} \ 0 \ 0 \right),$$

e coluna:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ W^{w_5} X^{x_5} Y^{y_5} Z^{z_5} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

**Passo 4:** Anexar à matriz  $\mathbf{B}'$  os vetores linha e coluna do Passo 3, e seu elemento comum  $[\mathbf{B}]_{1,1} = 0$ ,

obtem-se finalmente a matriz perfurada:

$$\mathbf{B}_{punc} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & W^{w_0} X^{x_0} Y^{y_0} Z^{z_0} & 0 & 0 \\ W^{w_5} X^{x_5} Y^{y_5} Z^{z_5} & 0 & W^{w_1} X^{x_1} Y^{y_1} Z^{z_1} & 0 & W^{w_2} X^{x_2} Y^{y_2} Z^{z_2} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & W^{w_3} X^{x_3} Y^{y_3} Z^{z_3} & 0 & W^{w_4} X^{x_4} Y^{y_4} Z^{z_4} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

corroborando com a matriz encontrada em (4.3). A Figura 4.5 e a matriz adjacência em (4.3) representam todas as transições possíveis entre estados. Entretanto, a condição inicial do DSE a partir de  $S_0$  deve ser modificada para indicar ao algoritmo, que obtém a função de transferência, qual o STTC que está sendo enumerado. Conforme anteriormente convencionado, admitiremos que as transmissões em intervalos de tempo ímpares e pares serão devidas aos STTC-1 (O) e STTC-2 (E), respectivamente, e que a transmissão é iniciada em um instante de tempo ímpar.

Desta forma, tem-se inicialmente o STTC-1 transmitindo e o STTC-2 não transmitindo (perfurado). Devemos modificar a matriz adjacência  $\mathbf{B}_{punc}$  em (4.3) para indicar que, inicialmente, STTC-1 estaria transmitindo o que seria representado pela substituição do elemento 1 da primeira linha por zero (indicando que o STTC-1 não é perfurado). Isto resultaria em uma nova matriz denominada  $\mathbf{B}_{punc}^1$ , associada ao STTC-1.

De forma similar, deve-se modificar a matriz adjacência  $\mathbf{B}_{punc}$  em (4.3) para indicar também a condição inicial para o STTC-2, substituindo o elemento  $W^{w_0} X^{x_0} Y^{y_0} Z^{z_0}$  por zero (indicando que o STTC-2 inicia perfurado), originando assim a matriz  $\mathbf{B}_{punc}^2$ . Procedendo desta forma, as matrizes perfuradas  $\mathbf{B}_{punc}^j$  correspondentes aos STTC- $j$ , com as respectivas distâncias de Hamming enumeradas por duas variáveis distintas  $W_O$  (STTC-1) e  $W_E$  (STTC-2), que para o exemplo dado resultariam em:

$$\mathbf{B}_{punc}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & W_O^{w_0} X^{x_0} Y^{y_0} Z^{z_0} & 0 & 0 \\ W_O^{w_5} X^{x_5} Y^{y_5} Z^{z_5} & 0 & W_O^{w_1} X^{x_1} Y^{y_1} Z^{z_1} & 0 & W_O^{w_2} X^{x_2} Y^{y_2} Z^{z_2} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & W_O^{w_3} X^{x_3} Y^{y_3} Z^{z_3} & 0 & W_O^{w_4} X^{x_4} Y^{y_4} Z^{z_4} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

e

$$\mathbf{B}_{punc}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ W_E^{w_5} X^{x_5} Y^{y_5} Z^{z_5} & 0 & W_E^{w_1} X^{x_1} Y^{y_1} Z^{z_1} & 0 & W_E^{w_2} X^{x_2} Y^{y_2} Z^{z_2} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & W_E^{w_3} X^{x_3} Y^{y_3} Z^{z_3} & 0 & W_E^{w_4} X^{x_4} Y^{y_4} Z^{z_4} \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Estas matrizes serão a entrada do algoritmo, apresentado no Capítulo 3, que calcula a função de transferência do primeiro evento erro do respectivo STTC- $j$ .

### 4.2.3 Efeito do Entrelaçador

Para analisarmos o efeito do entrelaçador de comprimento  $K$  símbolos MPSK, consideraremos uma sequência de entrada de comprimento  $K \log_2(M)$  bits com distância de Hamming  $w$  entre as sequências de entrada que geram o percurso correto (c) e o percurso errado (e). O entrelaçador é composto por dois entrelaçadores independentes,  $\pi_O$  e  $\pi_E$ , que atuam em grupos de  $\frac{K}{2} \log_2(M)$  bits nos intervalos de transmissão ímpar para  $\pi_O$  e par para  $\pi_E$ . Consequentemente, cada entrelaçador tem comprimento  $\frac{K}{2} \log_2(M)$  bits.

A distância de Hamming entre as sequências binárias correspondentes a (c) e (e)  $w = w_O + w_E$ , sendo  $w_O$  a contribuição para a distância de Hamming correspondente aos intervalos ímpares e  $w_E$  a distância correspondente aos intervalos pares (vale lembrar:  $w_O$  é enumerado em relação ao STTC-1 e  $w_E$  ao STTC-2). Fornecidas as matrizes  $\mathbf{B}_{punc}^1$  e  $\mathbf{B}_{punc}^2$  como entradas do Algoritmo 3.1, obtém-se as respectivas funções enumeradoras  $T^1(W_O, X, Y, Z)$  e  $T^2(W_E, X, Y, Z)$ , dadas em (4.1), para o STTC-1 e STTC-2, bem como suas respectivas multiplicidades médias  $t_{w_O, x_1, y_1, z_1}^1$  e  $t_{w_E, x_2, y_2, z_2}^2$ .

Para que o cálculo do limitante seja viável, admite-se que cada entrelaçador seja do tipo uniforme, ou seja, cada entrelaçador mapeia eventos erro com distância de Hamming  $w_I$ ,  $I \in \{O, E\}$ , em todas as possíveis, e distintas permutações  $\binom{\frac{K}{2} \log_2(M)}{w_I}$ , com igual probabilidade [58]. Para um STTuC com uma dada EEM com elementos  $x = x_1 + x_2, y = y_1 + y_2, z = z_1 + z_2$  e distância de Hamming  $w = w_O + w_E$ , a multiplicidade média do STTuC é dada por:

$$t_{w, x, y, z}^{\text{STTuC}} = \sum_{x=x_1+x_2} \sum_{y=y_1+y_2} \sum_{z=z_1+z_2} \sum_{w=w_O+w_E} \frac{t_{w_O, x_1, y_1, z_1}^1 \times t_{w_E, x_2, y_2, z_2}^2}{\binom{\frac{K}{2} \log_2(M)}{w_O} \binom{\frac{K}{2} \log_2(M)}{w_E}}. \quad (4.9)$$

A partir de (4.9) obtemos as multiplicidades média

$$a_{\mathbf{A}_i}^{\text{STTuC}} = \sum_{w=w_O+w_E} t_{w, x, y, z}^{\text{STTuC}}$$

do STTuC associada à  $i$ -ésima EEM  $\mathbf{A}_i^{\text{STTuC}}$  utilizadas em (3.11), o limitante da união expurgado aqui repetido por conveniência:

$$P_{\text{fe}|\mathbf{H}} \simeq \sum_S a_{\mathbf{A}_i^{\text{STTuC}}} Q \left( \sqrt{\frac{\gamma t}{2} \sum_{j=1}^{n_R} \mathbf{H}_j \mathbf{A}_i^{\text{STTuC}} \mathbf{H}_j^\dagger} \right). \quad (4.10)$$

A partir das matrizes adjacência reduzidas dos códigos componentes STTC-1 e STTC-2 ( $\mathbf{B}_1$  e  $\mathbf{B}_2$ ) temos na Figura 4.6 um quadro resumo do processo de obtenção do espectro de EEMs de um STTuC perfurado.

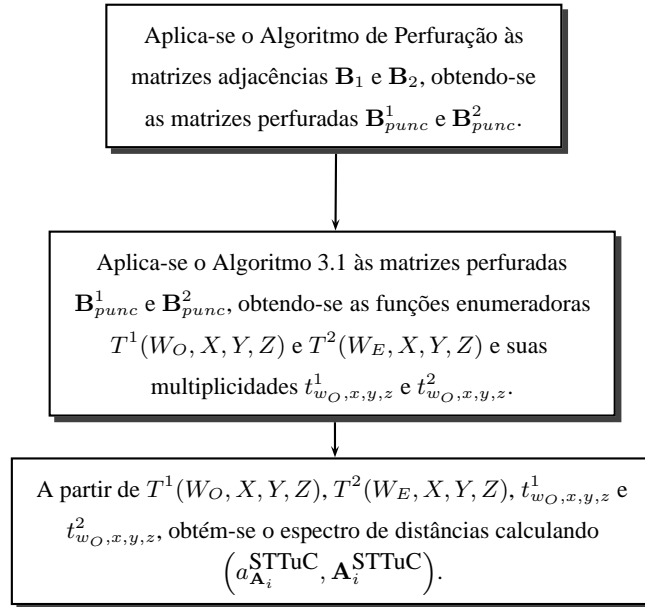


Figura 4.6: Quadro resumo do cálculo do espectro de EEMs  $(a_{\mathbf{A}_i^{\text{STTuC}}}, \mathbf{A}_i^{\text{STTuC}})$  de um STTuC.

### 4.3 EEMs dos STTuCs

Nesta seção listaremos as EEMs e suas respectivas multiplicidades dos STTuCs [22] (critério do determinante) e [23] (critério do traço). As EEMs e multiplicidades foram obtidas com o mesmo algoritmo anteriormente empregado para o STTC. Nesta tese utilizaremos um limitante expurgado com distância de Hamming máxima igual a  $w_{max} = w_O + w_E = 6$  e evento erro de comprimento máximo igual a 10.

A Tabela 4.3 lista as EEMs dos STTuCs [22], QPSK e 8PSK, ambos com 8 estados e a Tabela 4.4 as EEMs dos STTuCs [23], 4 estados com modulação QPSK e 8 estados com modulação 8PSK. A no-

tação de índice da EEM, EEM e multiplicidade segue a mesma adotada anteriormente para os STTCs. As Tabelas 4.5 e 4.6 listam a classificação das EEMs dos STTuCs [22] e [23], respectivamente, para o canal Rayleigh.

Tabela 4.3: Espectro de EEMs para os STTuCs [22], QPSK e 8PSK, ambos com 8 estados.

$i$ (QPSK)	$\mathbf{A}_i^{\text{STTuC}}$	$a_{A_i}^{\text{STTuC}}$	$i$ (8PSK)	$\mathbf{A}_i^{\text{STTuC}}$	$a_{A_i}^{\text{STTuC}}$
1, 2	[4; 8; $\pm 2$ ]	378	1, 2	[1, 16; 11, 4; $\pm j0, 04$ ]	343
3	[6; 4; 0]	1592	3, 4	[7, 96; 10, 8; $\pm j3, 36$ ]	687
4, 5	[8; 4; $\pm j2$ ]	2280	5, 6	[2, 58; 9, 4; $\pm 1, 8$ ]	244
6, 7	[8; 4; $\pm 2$ ]	2280	7, 8	[2, 58; 9, 98; $\pm 1, 38$ ]	176
8, 9	[4; 8; $\pm 2$ ]	37, 84	9 – 12	[1, 16; 10, 8; $\pm 1, 48 \pm j1, 42$ ]	744
10, 11	[6; 8; $\pm 2$ ]	710	13 – 16	[3, 98; 8, 56; $\pm 1, 02 \pm j2, 38$ ]	60
12, 13	[4; 6; $\pm j2$ ]	38, 64	17 – 20	[3, 98; 12; $\pm 0, 96 \pm j0, 4$ ]	122
14, 15	[4; 6; $\pm 2$ ]	38, 64	21 – 24	[10, 8; 57, 96; $\pm 2, 38 \pm j4, 38$ ]	122
16	[4; 4; 0]	18, 37	25 – 28	[4, 58; 11, 3; $\pm 2, 82 \pm j1, 4$ ]	30
17	[6; 6; 0]	1648	29 – 32	[1, 16; 11, 4; $\pm 1, 42 \pm j1, 42$ ]	122
18	[8; 4; 0]	7232	33 – 36	[11, 4; 11, 3; $\pm 2, 82 \pm j2$ ]	160
19	[4; 8; 0]	652	37 – 40	[3, 98; 8, 56; $\pm 0, 4 \pm j$ ]	120
20	[4; 6; 0]	153	41 – 44	[7, 96; 10, 8; $\pm 1, 42 \pm j4, 82$ ]	720
21 – 24	[6; 6; $2 \pm j2$ ]	24, 5			
25 – 28	[8; 4; $2 \pm j2$ ]	33, 3			
29, 30	[6; 6; $\pm j2$ ]	710			
31, 32	[6; 4; $\pm j2$ ]	33			
33 – 36	[4; 8; $2 \pm j2$ ]	10, 3			

## 4.4 Resultados

Similarmente aos STTCs, baseados nas estatísticas das EEMs dadas pelas Tabelas 4.5 e 4.6 dos STTuCs em [22] e [23] respectivamente, faremos a simulação semi-analítica da FER parcial que aproxima o limitante da união expurgado em (3.11) para a determinação do conjunto de EEMs dominantes. A simulação, para a obtenção da FER parcial, foi realizada utilizando-se um comprimento de bloco de símbolos  $K = 66$  e  $n_R = 1$  antena receptora para os STTuCs em [22] e  $K = 130$  com  $n_R = 2$  para os STTuCs em [23]. Em todas as simulações foi considerado  $n_T = 2$  antenas transmissoras e canal Rayleigh.

As Figuras 4.7 e 4.8 ilustram a  $FER^l \times l$  para dois valores de SNR para os STTuCs em [22] QPSK (13 dB e 17 dB) e 8PSK (17 dB e 21 dB), respectivamente, ambos com 8 estados. Os índices  $l^*$  que produziram os conjuntos dominantes  $\mathcal{S}^{l^*}$  foram  $l^* = 6$  para ambos os códigos. Consultando

Tabela 4.4: Espectro de EEMs para os STTuCs QPSK (4 estados) e 8PSK (8 estados) de [23].

$i$ (QPSK)	$\mathbf{A}_i^{\text{STTuC}}$	$a_{A_i}^{\text{STTuC}}$	$i$ (8PSK)	$\mathbf{A}_i^{\text{STTuC}}$	$a_{A_i}^{\text{STTuC}}$
1	[22; 14; 6]	47	1 – 4	[2, 58; 4; $\pm 1, 58 \pm j$ ]	122
2	[22; 4; 4 + $j6$ ]	400	5 – 8	[2, 58; 4; $\pm 1 \pm j1, 58$ ]	122
3	[22; 14; 8]	178	9 – 12	[2, 58; 4; $\pm 1, 82 \pm j0, 41$ ]	244
4 – 7	[22; 4; $\pm 2 \pm j6$ ]	35	13 – 16	[5, 41; 4; $\pm 3, 82 \pm j0, 41$ ]	244
8 – 11	[22; 4; $\pm j8$ ]	43	17 – 20	[5, 41; 4; $\pm 2, 41 \pm j3$ ]	60
12, 13	[22; 12; $\pm 4$ ]	41	21 – 24	[5, 41; 4; $\pm 3 \pm j2, 41$ ]	60
14	[14; 6; $j6$ ]	220	25 – 28	[5, 41; 4; $\pm 2, 41 \pm j1, 82$ ]	122
15, 16	[22; 12; $\pm j4$ ]	41	29 – 32	[4; 5, 41; $\pm 3 \pm j0, 41$ ]	122
17	[26; 8; 0]	460	33 – 36	[6; 4, 58; $\pm 1, 82 \pm j3, 82$ ]	30
18 – 21	[20; 4; $\pm 10 \pm j2$ ]	21	37 – 40	[6; 4; $\pm 2, 41 \pm j2, 41$ ]	122
22 – 25	[10; 10; $\pm 8 \pm j4$ ]	100	41 – 44	[6; 4, 58; $\pm 1, 41 \pm j2$ ]	60
26 – 29	[20; 6; $\pm 2 \pm j12$ ]	59	45 – 48	[8, 82; 4, 58; $\pm 4, 41 \pm j2, 41$ ]	30
30 – 33	[22; 8; $\pm 2 \pm j8$ ]	75	49, 50	[3, 17; 4, 58; $2 \pm j2, 42$ ]	122
34 – 37	[22; 8; $\pm 6 \pm j4$ ]	155			
38 – 41	[16; 14; $\pm 8 \pm j10$ ]	325			
42, 43	[22; 12; $\pm j14$ ]	55			
44 – 47	[20; 8; $\pm 4 \pm j2$ ]	125			
48, 49	[22; 8; $\pm 12 - j8$ ]	330			
50	[22; 6; 4 + $j10$ ]	35			

a Tabela 4.7 tem-se os conjuntos dominantes  $\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_{14} - \mathbf{A}_{18}, \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{31}, \mathbf{A}_{32}\}$  (QPSK) e  $\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_4 - \mathbf{A}_6, \mathbf{A}_9, \mathbf{A}_{10}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{A}_{21}, \mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{26}, \mathbf{A}_{41} - \mathbf{A}_{43}\}$  (8PSK).

Para os STTuCs em [23] temos  $\text{FER}^\iota \times \iota$  ilustradas pelas Figuras 4.9 e 4.10 para dois valores de SNR: QPSK, 4 estados (8 dB e 12 dB) e 8PSK, 8 estados (10 dB e 17 dB), respectivamente. Os conjuntos dominantes de ambos STTuCs foram produzidos com o  $\iota^* = 5$  que, consultando a Tabela 4.7, resulta em  $\mathcal{S}^5 = \{\mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{23}, \mathbf{A}_{43}, \mathbf{A}_{46} - \mathbf{A}_{50}\}$  (QPSK, 4 estados) e  $\mathcal{S}^5 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{28}\}$  (8PSK, 8 estados). A Tabela 4.7 resume os conjuntos dominantes dos STTuCs utilizados.

As Figuras 4.11 e 4.12 ilustram a  $\text{FER} \times \text{SNR}$  para os STTuCs em [22] QPSK e 8PSK, respectivamente, e as Figuras 4.13 e 4.14 ilustram os limitantes dos STTuCs em [23], QPSK e 8PSK, respectivamente. Observa-se que, como no caso dos STTCs, os limitantes obtidos foram bem aproximados. Os conjuntos dominantes  $\mathcal{S}^{\iota^*}$  indicados nas figuras são listados na Tabela 4.7. Os valores apropriados de  $\iota^*$  utilizados em cada simulação são indicados nas legendas das figuras. É importante ressaltar, como no caso dos STTCs, que o valor de  $\iota^*$  não varia com a relação sinal ruído.



Tabela 4.5: Classificação estatística das EEMs dos STTuCs [22], QPSK e 8PSK, ambos com 8 estados.

$i$ (QPSK)	$\bar{X}_i$	$i$ (8PSK)	$\bar{X}_i$
16	17,4	5, 10, 22	9,3
3	17,6	6, 12	10,2
20	18	4, 21	10,5
31, 32	18,3	9, 41	11,1
18	24	42	12
14, 15, 17	24,5	2, 26, 43	13,8
12, 13	25	1, 44	14,4
4 – 7	24,8	15, 23, 24	15
10, 11, 19	25	8, 16, 30	15,3
29, 30	25,2	19, 20, 40	15,7
8, 9	26,4	11, 17, 31	16,3
25 – 28	26,7	29, 39	28
1, 2, 21 – 24	27	18, 27	28,9
33 – 36	29,8	34, 36	29,7
		32	30,5
		25, 37	31,3
		3, 7, 35	32,1
		13, 14	32,5
		28, 33, 38	33,1

Tabela 4.6: Classificação estatística das EEMs dos STTuC [23], QPSK (4 estados) e 8PSK (8 estados).

$i$ (QPSK)	$\bar{X}_i$	$i$ (8PSK)	$\bar{X}_i$
50	14,7	6, 9 – 12	13
49	15,6	1 – 4, 7, 8	13,4
47, 48	16,2	5	14
46	17	15 – 21, 23, 24, 26	25
22, 23, 43, 45	18,5	13, 14, 22, 25, 27, 28	25,5
20, 21, 44	19	29 – 32	26,5
42	19,5	37 – 40	28,3
12	20,3	33 – 36	30,2
39	21,4	41 – 44	31,6
27, 37, 38, 41	22	45 – 48	37,4
18, 19, 24 – 26, 36, 40, 41	22,7	50	47
16, 17	23,5	49	47,8
33 – 35	24,5		
30 – 32	25,8		
28, 29	27,2		
9	28,8		
6 – 8	29,8		
4, 5	31,5		
2	32,3		
14, 15	38,9		
10, 11, 13	40,3		
3	44,6		
1	46,5		

Tabela 4.7: Conjuntos dominantes  $\mathcal{S}^{\iota^*}$  dos STTuCs [22] e [23].

STTuC	$2^\nu$	Modulação	$\mathcal{S}^{\iota^*}$
[22]	8	QPSK	$\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_{14} - \mathbf{A}_{18}, \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{31}, \mathbf{A}_{32}\}$
	8	8PSK	$\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_4 - \mathbf{A}_6, \mathbf{A}_9, \mathbf{A}_{10}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{A}_{21}, \mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{26}, \mathbf{A}_{41} - \mathbf{A}_{43}\}$
[23]	4	QPSK	$\mathcal{S}^5 = \{\mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{23}, \mathbf{A}_{43}, \mathbf{A}_{46} - \mathbf{A}_{50}\}$
	8	8PSK	$\mathcal{S}^5 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{28}\}$

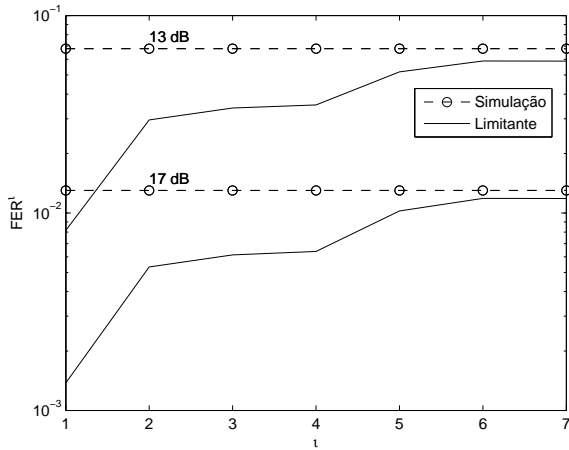


Figura 4.7:  $FER^l \times l$  para o STTuC [22], QPSK, 8 estados,  $n_R = 1$ , SNR = 13 dB e 17 dB.  $l^* = 6$ .

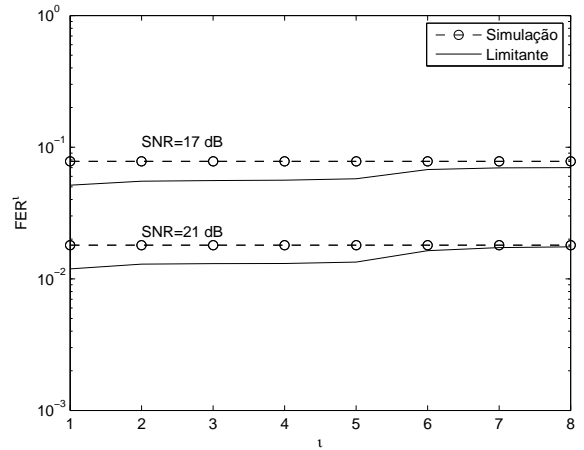


Figura 4.8:  $FER^l \times l$  para o STTC [22], 8PSK, 8 estados,  $n_R = 1$ , SNR = 17 dB e 21 dB.  $l^* = 6$ .

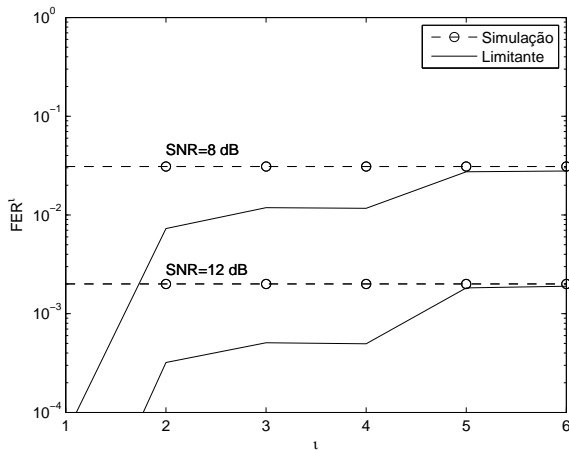


Figura 4.9:  $FER^l \times l$  para o STTuC [23], QPSK, 4 estados,  $n_R = 2$ , SNR = 8 dB e 12 dB.  $l^* = 5$ .

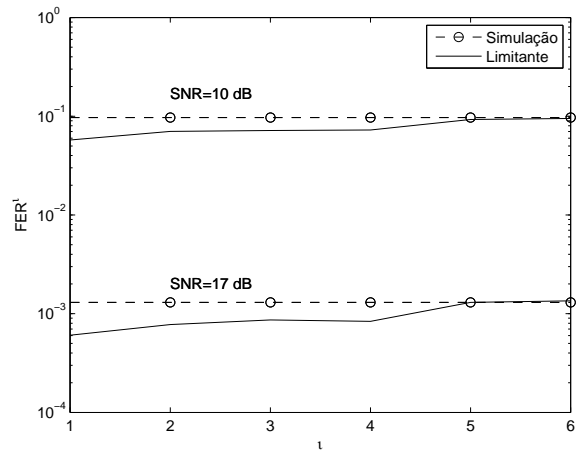


Figura 4.10:  $FER^l \times l$  para o STTC [23], 8PSK, 8 estados,  $n_R = 2$ , SNR = 10 dB e 17 dB.  $l^* = 5$ .

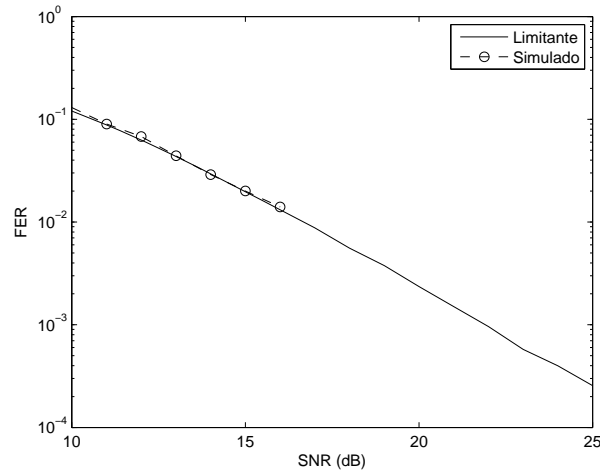


Figura 4.11: FER  $\times$  SNR para o STTuC [22], QPSK, 8 estados,  $n_R = 1$  e  $\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_3, \mathbf{A}_{14} - \mathbf{A}_{18}, \mathbf{A}_{20}, \mathbf{A}_{31}, \mathbf{A}_{32}\}$ ,  $K = 66$ . Canal Rayleigh.

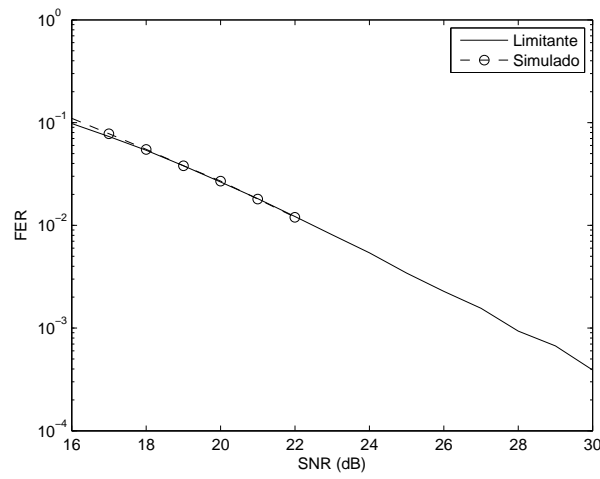


Figura 4.12: FER  $\times$  SNR para o STTuC [22], 8PSK, 8 estados,  $n_R = 1$  e  $\mathcal{S}^6 = \{\mathbf{A}_2, \mathbf{A}_4 - \mathbf{A}_6, \mathbf{A}_9, \mathbf{A}_{10}, \mathbf{A}_{12}, \mathbf{A}_{21}, \mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{26}, \mathbf{A}_{41} - \mathbf{A}_{43}\}$ ,  $K = 66$ . Canal Rayleigh.

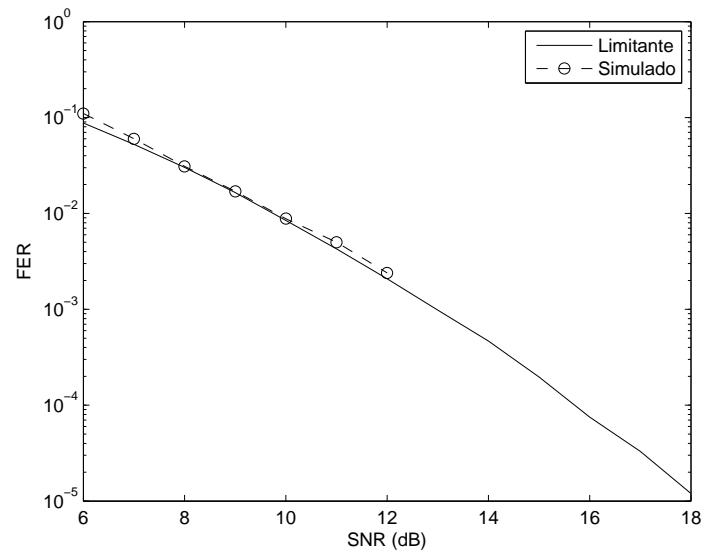


Figura 4.13: FER  $\times$  SNR para o STTuC [23], QPSK, 4 estados,  $n_R = 2$  e  $\mathcal{S}^5 = \{\mathbf{A}_{22}, \mathbf{A}_{23}, \mathbf{A}_{43}, \mathbf{A}_{46} - \mathbf{A}_{50}\}$ ,  $K = 130$ . Canal Rayleigh.

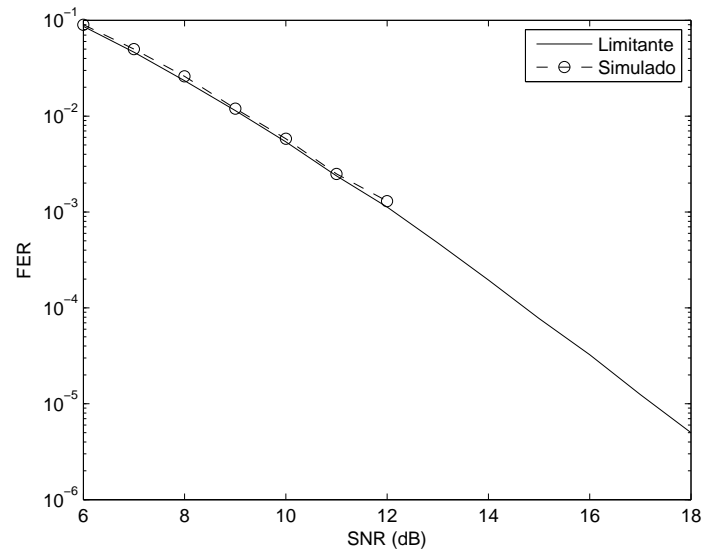


Figura 4.14: FER  $\times$  SNR para o STTuC [23], 8PSK, 8 estados,  $n_R = 2$  e  $\mathcal{S}^5 = \{\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_{28}\}$ ,  $K = 130$ . Canal Rayleigh.

## CAPÍTULO 5

# CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesta tese foram descritos codificadores TCM para canais com desvanecimento quase estáticos. Na primeira parte da tese foram descritos os esquemas TCM operando com uma antena transmissora e uma antena receptora. Na segunda parte foram descritos os esquemas TCM combinados com canais MIMO (STTCs) e em uma terceira e última parte foram abordados os STTCs em uma configuração especial onde se utilizava decodificação iterativa (STTuCs). Em todas as partes citadas foram derivadas as probabilidades do primeiro evento erro de tais esquemas de transmissão.

Na abordagem de esquemas TCM, foi introduzido um novo algoritmo para a obtenção da função de transferência completa do esquema TCM, que permite calcular o espectro de distâncias empregando somente linguagem de programação simbólica. O algoritmo introduzido é uma adaptação do algoritmo original para codificadores convolucionais binários [43] e, por ter característica completamente matricial, pode ser implementado em qualquer linguagem de programação simbólica, evitando buscas exaustivas na treliça [29] do codificador, base da maioria dos algoritmos da literatura. Este algoritmo, apesar de ser implementado em linguagem simbólica, utiliza menos memória (quando comparado com outros algoritmos de programação simbólica) devido a sua característica de expurgo dos termos que não contribuem para os caminhos não fechados durante a busca da treliça.

Na análise de desempenho de STTCs, foi introduzida uma nova técnica de obtenção de um limitante para a probabilidade de erro de tais esquemas. Para a obtenção do limitante foram introduzidos dois algoritmos, completamente matriciais, um para o cálculo do espectro de distâncias truncado de ordem  $N$  e o outro para a classificação dos parâmetros deste espectro utilizando uma simulação semi-analítica da FER.

Após a aplicação do algoritmo para o cálculo do espectro truncado das EEMs, estas são se-

lecionadas utilizando uma nova técnica apresentada que classifica estas EEMs pela sua relevância estatística (diferente dos critérios até agora encontrados na literatura que levam em conta somente os parâmetros de classificação como determinante e/ou o posto destas EEMs).

A técnica apresentada mostrou-se eficiente quando se comparou as FERs expurgadas com resultados de simulações para uma ampla faixa de SNR e número de antenas receptoras. Com a técnica proposta observa-se que sempre consegue-se um limitante com boa aproximação.

Foram considerados códigos da literatura construídos de forma heurística [10], com busca exaustiva [12] e com o critério de maximizar a distância Euclidiana entre as sequências transmitidas [15]. O limitante da união expurgado demonstrou ser muito preciso para estes três tipos de construção de códigos.

Verificou-se também que o emprego do mesmo conjunto dominante de EEMs em outros cenários proporcionou bons limitantes para um comprimento de bloco de transmissão maior, para os códigos que empregam TAS/MRC e no caso de correlação entre as antenas transmissoras.

Ao final, foi proposta uma técnica de enumeração de STTuCs perfurados. As matrizes adjacentes dos STTCs componentes foram obtidas com o mesmo algoritmo utilizado anteriormente para STTCs.

Para que a enumeração levasse em conta o efeito da perfuração, foi apresentado um algoritmo, também completamente matricial, que atua nos elementos da matriz adjacente de modo a produzir uma nova matriz com o efeito da perfuração. Este algoritmo é uma adaptação do algoritmo anteriormente utilizado em matrizes adjacentes binárias, cujos elementos eram posteriormente mapeados em símbolos complexos da constelação. O algoritmo modificado proposto atua diretamente nos elementos complexos da matriz adjacência, simplificando em muito a implementação. O algoritmo também prevê a condição inicial de cada STTC componente com relação ao sincronismo da perfuração.

Após a obtenção das matrizes de cada STTC componente, os algoritmos utilizados anteriormente para STTCs para obtenção do espectro truncado e a classificação de EEMs são empregados aqui também. Objetivando, como no caso dos STTCs, verificar a validade da técnica, foram utilizados STTCs componentes com critérios de construção variados. Os limitantes obtidos tiveram uma boa aproximação com relação à FER.

## **5.1 Sugestão de Trabalhos Futuros**

Durante este estudo, foram explorados alguns tipos de codificadores e de canais com o objetivo de testar a faixa de atuação da técnica proposta. Obviamente, alguns tipos de codificadores e canais não foram contemplados.

Poderíamos sugerir como propostas de trabalhos futuros testar esta técnica em codificadores que empregam diversidade espacial com decodificação linear [61], códigos que empregam entrelaçamento de bit conjugado com TCM denominados de BICM (do inglês - *bit-interleaved coded modulation*) [62], códigos que utilizam cooperação de diversidade [63], STTCs em canais com desvanecimento submetidos ao ruído estável (*impulsive noise*) [64], códigos com concatenação serial [65] com ou sem iteração [66], dentre outros.

Em uma primeira tentativa de testar a nova técnica de enumeração para obtenção de bons limitantes, nesta tese foram utilizados canais quase-estáticos Rayleigh e Rice. Nestes modelos de canais não foram levados em consideração a distância entre antenas transmissoras e receptoras, o tipo de espalhamento (*scattering*) que o meio de propagação provoca na transmissão, entre outros parâmetros que afetam os elementos da matriz do canal.

Uma proposta de enumeração de modelos de canais mais práticos seria a de canais do tipo *pinhole* e *keyhole* [44, 67], onde a matriz do canal não exibe a independência estatística de seus elementos, como no caso do canal quase-estático, mas uma correlação entre eles e uma certa deficiência do posto desta matriz. Em resumo, seriam relaxadas as exigências de comprimento do bloco de símbolos transmitidos com desvanecimento constante e independente entre estes blocos e seriam considerados alguns parâmetros que caracterizariam de forma mais realística a propagação.



# APÊNDICE A

## PUBLICAÇÕES

### Publicações em Revistas:

- ▷ L. G. Caldeira and C. Pimentel, Distance spectrum and expurgated union bound of space-time trellis codes in quasi-static Rician fading channels, *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. 58, no. 9, pp. 5264-5269, Nov. 2009.

### Publicações em Congressos:

- ▷ L. G. Caldeira e C. Pimentel, An iterative matrix-based algorithm to finding the distance spectrum of space-time trellis codes, *Proceedings of the International Symposium on Information Theory and its Applications, ISITA2004*, Parma, Italy, 2004, p. 330-334.
- ▷ L. G. Caldeira e C. Pimentel, Algoritmos matriciais para cálculo do espectro de distâncias de esquemas de modulação codificada em treliça, *XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBRT2004*, Belém, Pará, 2004, p. 1-5.
- ▷ L. G. Caldeira e C. Pimentel, Limitantes de desempenho de códigos espaço-temporais em canais com desvanecimento, *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBRT'05*, Campinas, SP, 2005, p. 674-679.
- ▷ L. G. Caldeira e C. Pimentel, Uma técnica de expurgo de limitantes da probabilidade de erro de códigos espaço-temporais para canais com desvanecimento, *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBRT'08*, Rio de Janeiro, 2008, p. 1-5.
- ▷ L. G. Caldeira, Aline F. G. Souza, C. Pimentel, and H. C. C. Fernandes, A new technique to evaluate an expurgated bound on punctured turbo trellis coded modulation, *SBMO/IEEE MTT-*

*S International Microwave and Optoelectronics Conference, IMOC 2009*, Belém, Pará, 2009, p. 578-581.

- ▷ L. G. Caldeira and C. Pimentel, An expurgated union bound of space-time turbo codes in quasi-static Rayleigh fading channels, *International Workshop on Telecommunications IWT2011*, Rio de Janeiro, Brazil, 2011, p. 1-6.

# BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 28, no. 1, pp. 55-67, Jan. 1982.
- [2] D. Divasalar and M. K. Simon, "The design of trellis coded MPSK for fading channels: performance criteria," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, no. 9, pp. 1004-1012, Sept. 1988.
- [3] D. Divasalar and M. K. Simon, "The design of trellis coded MPSK for fading channels: set partitioning," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 36, no. 9, pp. 1013-1021, Sept. 1988.
- [4] L. F. Wei, "Coded M-DPSK with built-in time diversity for fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, no. 6, pp. 1820-1839, Nov. 1993.
- [5] J. Wu and S. Lin, "Multilevel trellis MPSK modulation codes for the Rayleigh fading channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, no. 9, pp. 1311-1318, Sept. 1993.
- [6] N. Seshadri and C. E. W. Sundberg, "Multilevel trellis coded modulations for the fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 41, no. 9, pp. 1300-1310, Sept. 1993.
- [7] D. J. Rhee, S. Rajpal, and S. Lin, "Some block and trellis coded modulation for the Rayleigh fading channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no.1, pp. 34-42, Jan. 1996.
- [8] G. J. Foschini and M. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Pers. Commun.*, vol. 6, no. 3, pp. 311-335, Mar. 1998.
- [9] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Trans. Telecommun.*, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, Nov. 1999.
- [10] V. Tarokh, N. Seshadri, and A. R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criteria and code construction," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 744-765, Mar. 1998.

- [11] G. G. Raleigh and J. Cioffi, "Spatio-temporal coding for wireless communication," *IEEE Trans. Commun.*, vol.46, no. 3, pp. 357-366, Mar. 1998.
- [12] R. S. Blum, "Some analytical tools for the design of space-time convolutional codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 10, pp. 1593-1599, Oct. 2002.
- [13] Z. Safar and K. J. R. Liu, "Systematic design of space-time trellis codes for diversity and coding advantages," *EURASIP J. on App. Signal Proc.*, vol. 2002, no. 1, pp. 221-235, Jan. 2002.
- [14] S. Siwamogsatham and M. P. Fitz "Robust space-time codes for correlated Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 50, no. 10, pp. 2408-2416, Oct. 2002.
- [15] J. Yuan, Z. Chen, B. Vucetic, and W. Firmanto, "Performance and design of space-time coding in fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 12, pp. 1991-1995, Dec. 2003.
- [16] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo codes," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. (ICC'93)*, Geneva, Switzerland, 1993, pp. 1064-1070.
- [17] S. L. Goff, A. Glavieux, and C. Berrou, "Turbo codes and high spectral efficiency modulation," in *Proc. IEEE ICC'94*, vol. 2, New Orleans, USA, 1994, pp. 645-649.
- [18] P. Robertson and T. Worz, "Novel coded modulation scheme employing turbo codes," *IEE Elec. Letters*, vol. 31, no. 18, pp. 1546-1547, Aug. 1995.
- [19] H. Ogiwara, A. Mizutome, and K. Koike, "Performance evaluation of parallel concatenated trellis-coded modulation," *IEICE Trans. Fund.*, vol. E84-A, pp. 2410-2417, Oct.2001.
- [20] Y. Liu and M. P. Fitz, "Space-time turbo codes," in *13th Annual Allerton Conf. Commun. Control and Computing, USA*, Monticello, IL, USA, 1999.
- [21] H. J. Su and E. Geraniotis, "Space-time turbo codes with full antenna diversity," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 1, Jan. 2001.
- [22] D. Tujkovic, M. Juntti, and M. Latva-aho, "Space-time turbo coded modulation: design and applications," *EURASIP J. Appl. Signal Proc.*, vol. 2002, no. 1, pp. 236-248, Mar. 2002.
- [23] Y. Hong, J. Yuan, Z. Chen, and B. Vucetic, "Space-time turbo trellis codes for two, three, and four transmit antennas," *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. 53, no. 2, pp. 318-328, Mar. 2004.
- [24] C. Schlegel, *Trellis Coding*. New York: IEEE Press, 1997.

- [25] A. P. des Rosiers and P. H. Siegel, "On performance bounds for space-time codes on fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 10, pp. 1688-1697, Oct. 2004.
- [26] S. Verdú, "Maximum likelihood sequence detection for intersymbol interference channels: a new upper bound on error probability," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.33, no.1, pp. 62-68, Jan. 1987.
- [27] E. Biglieri, G. Caire, and G. Taricco, "Expurgating the union bound to error probability: a generalization of the Verdú-Shields theorem," *IEEE Proc. Inform. Theory, ISIT*, 1997, pp. 373.
- [28] G. D. Forney Jr., "Geometrically uniform codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.37, no.5, pp.1241-1260, Sept. 1991
- [29] S. Benedetto, M. Mondin, and G. Montorsi, "Performance evaluation of trellis-coded modulation schemes," in *Proc. IEEE*, New York, 1994, pp. 833-855.
- [30] X. Wu, H. Xiang, and C. Ling, "New Gallager bounds in block-fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 53, no. 2, pp. 684-694, Feb. 2007.
- [31] C. Ling, K. H. Li, and A. C. Kot, "Performance of space-time codes: Gallager bounds and weight enumeration," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 54, no. 8, pp. 3592-3610, Aug. 2008.
- [32] A. Stefanov and T. M. Duman, "Performance bounds for turbo coded multiple antenna systems," *IEEE J. Sel. Areas in Commun., Special Issue on MIMO Systems and Appl.*, vol. 21, no. 3, pp. 374-381, Apr. 2003
- [33] T. M. Duman and M. Salehi, "Performance bounds for turbo coded modulation systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 4, pp. 511-521, Apr. 1999.
- [34] T. M. Duman and M. Salehi, "The union bound for turbo coded modulation systems over fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 10, pp. 1495-1502, Oct. 1999.
- [35] D. Cui and A. M. Haimovich, "Error performance analysis of turbo space-time coded modulation over fading channels," in *Proc. IEEE ICC01*, 11 Jun 2001 - 14 Jun 2001, Helsinki, Finland, p.p. 2809 - 2813.
- [36] L. G. Caldeira and C. Pimentel, "Distance spectrum and expurgated union bound of space-time trellis codes in quasi-static Rician Fading Channels," *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. 58, no. 9, pp. 5264-5269, Nov. 2009.

- [37] Z. Chen, J. Yuan, and B. Vucetic, "Analysis of transmit antenna selection/maximal-ratio combining in Rayleigh fading channels," in *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. 54, no. 4, pp. 1312-1321, Aug. 2005.
- [38] A. J. Viterbi and J. K. Omura, *Principles of Digital Communication and Coding*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1979.
- [39] E. Biglieri, D. Divasalar, P. J. McLane, and M. K. Simon, *Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications*. New York: MacMillan Publishing Company, 1991.
- [40] L. F. Wei, "Trellis-coded modulation with multidimensional constellations," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 33, no. 4, pp. 483-501, Jul. 1987.
- [41] J. Shi and R. D. Wesel, "Efficient computation of trellis code generating functions," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 2, pp. 219-227, Feb. 2004.
- [42] M. Rouanne and D. J. Costello, "An algorithm for computing the distance spectrum of trellis codes," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 7, no. 6, pp. 929-940, Aug. 1989.
- [43] C. Pimentel, "On the computation of weight enumerators for convolutional codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 3, pp. 313-317, Mar. 2003.
- [44] A. Nezampour, A. Nasri, and R. Schober, "Asymptotic analysis of space-time codes in generalized keyhole fading channels," *IEEE Trans. Wireless Comm.*, vol.10, no.6, pp. 1863-1873, Jun. 2011.
- [45] L. Zheng and D. N. C. Tse, "Diversity and multiplexing: a fundamental tradeoff in multiple-antenna channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.49, no.5, pp. 1073- 1096, May 2003.
- [46] B. N. Datta, *Numerical Linear Algebra and Applications*. New York: SIAM, 2010.
- [47] S. S. Pietrobon, "On the probability of error of convolutional codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 7, pp. 1562-1568, Sept. 1996.
- [48] G. Caire and E. Viterbo, "Upper bound on the frame error probability of terminated trellis codes," *IEEE Commun. Lett.* , vol. 2, no. 1, pp. 2-4, Jan. 1998.
- [49] A. Stefanov and T. M. Duman, "Performance bounds for space-time trellis codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, no. 9, pp. 2134-2140, Sept. 2003.

- [50] D. K. Aktas and M. P. Fitz, "Distance spectrum analysis of space-time trellis-coded modulations in quasi-static Rayleigh-fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, no. 12, pp. 3335-3344, Dec. 2003.
- [51] C. Ling, "Generalized union bound for space-time codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 1, pp. 90-99, Jan. 2007.
- [52] M.-K. Byun and B. G. Lee, "New bounds of pairwise error probability for space-time codes in Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 7, pp. 1439-1439, Jul. 2007.
- [53] W. E. Ryan and Z. Tang, "Reduced-complexity error state diagrams in TCM and ISI channel performance evaluation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 12, pp. 2047-2051, Dec. 2004.
- [54] E. Malkamaki and H. Leib, "Evaluating the performance of convolutional codes over block fading channels," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.45, no.5, pp. 1643-1646, Jul. 1999.
- [55] T. M. Duman, "Turbo codes and turbo coded modulation systems: analysis and performance bounds," *Ph.D. Thesis*, Dep. Elec. Comput. Eng., Northeastern Univ., Boston, MA, 1998.
- [56] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi, and F. Pollara, "Parallel concatenated trellis coded modulation," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, Dallas, TX, USA, 1996, pp. 974-978.
- [57] D. Tujkovic, "Recursive space-time trellis codes for turbo coded modulation," in *Proc. IEEE GLOBECOM*,  $\frac{1}{2}$ 00, San Francisco, CA, USA, 2000, pp. 1010-1015.
- [58] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo-codes: some results on parallel concatenated coding schemes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 409-428, Mar. 1996.
- [59] M A. Kousa and A. H. Mugaibel, "Puncturing effects on turbo codes," *IEE Proc. Commun.*, vol. 149, no. 3, pp. 132-138, Jun. 2002.
- [60] I. Chatzigeorgiou, M. R. D. Rodrigues, I. J. Wassel, and R. A. Carrasco, "The augmented state diagram and its application to convolutional and turbo codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 7, pp. 1948-1958, Jul. 2009.
- [61] S. M. Alamouti "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE Selec. Areas in Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [62] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri, "Bit-interleaved coded modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44, no. 3, pp. 927-946, May 1998.

- [63] A. Stefanov and E. Erkip, "Cooperative coding for wireless networks," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 9, pp. 1470-1476, Sept. 2004.
- [64] J. Lee and C. Tepedelenliođlu, "Space-time coding over fading channels with stable noise," *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. 60, no. 7, pp. 3169-3177, Sept. 2011.
- [65] S. Benedetto and G. Montorsi, "Serial concatenation of block and convolutional codes," *Electr. Lett.*, vol. 32, no. 10, pp. 887-888, May 1996.
- [66] K. R. Narayanan and G. L. Stuber, "A serial concatenation approach to iterative demodulation and decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 7, pp. 956-961, Jul. 1999.
- [67] D. Gesbert, H. Bı̄ $\frac{1}{2}$ ıcskei, D. A. Gore, and A. J. Paulraj, "Outdoor MIMO wireless channels: models and performance prediction," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 12, pp. 1926-1934, Dec. 2002.