

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE TECNOLOGIA

COORDENAÇÃO DO MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E  
SISTEMAS DE POTÊNCIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MODELOS LINEARES DE DISTRIBUIÇÃO ÓTIMA  
DA POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS

por

GERALDO LEITE TORRES

RECIFE - PE - BRASIL

AGOSTO DE 1991

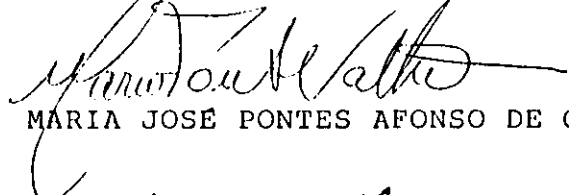
SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
COORDENAÇÃO DO MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE TESE DE  
MESTRADO DE GERALDO LEITE TORRES.

TITULO : "MODELOS LINEARES DE DISTRIBUIÇÃO ÓTIMA DE POTENCIA  
REATIVA EM REDES ELÉTRICAS"

A Comissão Examinadora composta pelos professores:  
Maria José Pontes Afonso de Carvalho, DEESP/UFPE, Manoel Afonso de  
Carvalho, DEESP/UFPE e Wellington Santos Motta, DEE/UFPE, sob a  
presidência do primeiro, consideram o candidato Geraldo Leite Tor  
res APROVADO COM DISTINÇÃO.

Recife, 09 de agosto de 1991.



MARIA JOSÉ PONTES AFONSO DE CARVALHO



MANOEL AFONSO DE CARVALHO JR.

WELLINGTON SANTOS MOTTA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
COORDENAÇÃO DO MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

I DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DESENVOLVIDA NO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E SISTEMAS DE POTÊNCIA

MODELOS LINEARES DE DISTRIBUIÇÃO ÓTIMA  
DA POTÊNCIA REATIVA EM REDES ELÉTRICAS

*por*

*GERALDO LEITE TORRES*

*Orientadora :*

*MARIA JOSÉ PONTES AFONSO DE CARVALHO CPh. DJ>*

*Co-Orientador :*

*MANOEL AFONSO DE CARVALHO Jr. CPh. DJ>*

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA  
COORDENAÇÃO DO MESTRADO EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
PERNAMBUCO, COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
MESTRE EM CIÊNCIAS, M.Sc.

RECIFE - PE - BRASIL

AGOSTO DE 1991



## AGRADECIMENTOS

À Professora. Maria José Pontes Afonso de Carvalho pelo trabalho de orientação, amizade, incentivo constante e confiança na realização desse trabalho, diante das dificuldades surgidas.

Da mesma forma agradeço ao Professor Manoel Afonso de Carvalho Jr. pelo trabalho de co-orientação, experiência transmitida na Análise de Sistemas de Potência e pelas sugestões e 'soluções de engenharia \* propostas para o enriquecimento do trabalho.

Aos Professores Álvaro Ramos e Mozart Siqueira pela dedicação nas disciplinas que lecionaram. Ao Eng. Laércio Guedes da CHESF, pelas contribuições dadas.

Ao colega de mestrado e amigo Abílio Muniz pela convivência agradável durante o período de desenvolvimento desse trabalho.

Ao amigo Rivaldo Lopes pelas inúmeras horas do uso do seu computador pessoal e apoio constante. Gostaria de externar também o meu agradecimento a Francisco Neves pela ajuda na correção do texto, e ao Prof. Carlos Egberto pelo uso do computador do ILLA.

A todos os professores, colegas de mestrado e amigos que direta ou indiretamente colaboraram para a realização desse trabalho.

Aos meus Pais e irmãs, em especial a Aldomário, pelo incentivo constante e apoio incondicional.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela imprescindível ajuda financeira.

## PREFÁCIO

No equacionamento matemático, é utilizada, sempre que possível, a notação matricial, por ser mais compacta. Geralmente, as matrizes são representadas por letras entre colchetes, impressas em negrito. Acredita-se não haver dúvidas quanto ao dimensionamento ou operações envolvidas com as matrizes. Se houver, o leitor será capaz de eliminá-las facilmente.

Referências a equações, figuras e tabelas são feitas envolvendo dois números, ou uma letra e um número, separados por um ponto. O primeiro número ou letra indica o capítulo ou apêndice onde a equação, figura ou tabela foi apresentada, e o segundo número indica a ordem desta equação, figura ou tabela neste capítulo ou apêndice. A simbologia utilizada é apresentada à medida que novos elementos vão sendo introduzidos no texto. Ressalta-se aqui, que a expressão "transmissão" repetidamente utilizada no texto refere-se a "transmissão da potência", seja num sistema de *transmissão*, *subtransmissão* ou *distribuição*.

O trabalho foi dividido em 5 capítulos e 5 apêndices. O Cap. 1 faz uma introdução ao problema da distribuição ótima da potência reativa em redes elétricas, e uma breve descrição do material bibliográfico consultado. O Cap. 2 apresenta o MODELO 1 de programação linear CPLD para solução do problema de distribuição ótima da potência reativa em redes elétricas. Esse modelo não foi implementado computacionalmente, mas devido ao seu equacionamento simples, a leitura desse capítulo ajudará no entendimento do MODELO 2 descrito no Cap. 3, o qual constitui-se no capítulo principal deste trabalho, tornando indispensável a sua leitura.

O Cap. 4 descreve as principais etapas do algoritmo de distribuição ótima da potência reativa no sistema, utilizando o modelo de PL apresentado no Cap. 3. O Cap. 5 apresenta os resultados numéricos da aplicação do programa EXPVAR na análise do sistema IEEE 6 BUS SYSTEM e do sistema real DEESP 12 BARRAS, juntamente com as considerações finais.

O Apêndice A apresenta a modelagem dos principais componentes de um sistema elétrico, e as equações necessárias ao cálculo do fluxo de carga e formulação do modelo de PL. Uma consulta a este apêndice torna-se necessária apenas quando solicitada nos capítulos que o antecedem. O Apêndice B discute brevemente as técnicas de otimização e o algoritmo Simplex, utilizado na solução do modelo de PL proposto. A leitura deste apêndice é dispensável para aqueles que conhecem o método Simplex. O Apêndice C constitui-se no manual do programa EXPVAR, e os apêndices D e E contêm os relatórios da análise dos sistemas elétricos, descrita no Cap. 5. Desde já peço desculpas por falhas ou imperfeições encontradas no texto, passíveis de ocorrência em toda e qualquer obra humana.

Geraldo L. Torres

# ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS  
LISTA DE TABELAS  
RESUMO  
ABSTRACT

	PÁGINA
1. - INTRODUÇÃO . . . . .	1.
1.1 - ASPECTOS GERAIS . . . . .	1.
1.2 - MOTIVAÇÃO PARA PESQUISA . . . . .	3.
1.3 - PESQUISA BIBLIOGRÁFICA . . . . .	4.
1.4 - ABORDAGEM DO PROBLEMA . . . . .	6.
2. - MODELO 1 DE OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA NO SISTEMA . . . . .	13.
2.1 - INTRODUÇÃO . . . . .	13.
2.2 - FUNÇÃO OBJETIVO . . . . .	14.
2.2.1 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO A TAP DE TRANSFORMADOR COM LTC CdPL/dTD . . . . .	16.
2.2.2 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO À TENSÃO TERMINAL DE GERADOR $CdP^{\wedge}/dV$ ). . . . .	18.
2.2.3 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO À TENSÃO TERMINAL DA BARRA DE REFERENCIA CdPL/tfVO. . . . .	18.
2.2.4 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO À POTENCIA REATIVA DAS FONTES CHAVEÁVEIS CdPL/dQoO. . . . .	19.
2.3 - RESTRIÇÕES DE DESEMPENHO DA REDE . . . . .	19.
2.4 - RESTRIÇÕES SOBRE AS VARIÁVEIS DE CONTROLE . . . . .	22.
2.5 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO 1 . . . . .	23.
2.6 - CONCLUSÕES . . . . .	23.

3. - MODELO 2 DE OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA NO SISTEMA . . . . .	27
3.1 - INTRODUÇÃO. . . . .	27
3.2 - CALCULO DAS SUBMATRIZES ADICIONAIS DE SENSIBILIDADE. . . . .	29
3.3 - REPRESENTAÇÃO DE CARGAS VARIÁVEIS COM A TENSÃO ...	32
3.4 - CONSIDERAÇÕES E APRESENTAÇÃO DO MODELO 2 COMPLETO.	34
3.5 - MODELO 2 REDUZIDO. . . . .	44
3.6 - CONCLUSÕES. . . . .	45
4. - ALGORITMO DE DISTRIBUIÇÃO ÓTIMA DA POTÊNCIA REATIVA ....	47
4.1 - INTRODUÇÃO. . . . .	47
4.2 - SOLUÇÃO INICIAL DO FCDR PARA LINEARIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES. . . . .	48
4.2.1 - CÁLCULO DOS ÍNDICES DE SENSIBILIDADE. . . . .	48
4.2.2 - ESCOLHA DAS BARRAS CANDIDATAS. . . . .	51
4.2.3 - CÁLCULO DO PRIMEIRO PONTO DE LINEARIZAÇÃO.	52
4.3 - CUSTO DE PERDA ATIVA E DE NOVAS FONTES DE REATIVO.	52
4.4 - PROCESSO ITERATIVO DE SOLUÇÃO. . . . .	54
4.5 - PROCESSO DE DISCRETIZAÇÃO. . . . .	57
4.6 - CONCLUSÕES. . . . .	57
5. - RESULTADOS DA ANÁLISE DE SISTEMAS ELÉTRICOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS. . . . .	59
5.1 - INTRODUÇÃO. . . . .	59
5.2 - ANÁLISE DO IEEE 6 BUS SYSTEM . . . . .	59
5.3 - ANÁLISE DO SISTEMA REAL DEESP 12 BARRAS. . . . .	63
5.4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS. . . . .	74



APÊNDICE A - MODELAGEM DOS COMPONENTES DO SISTEMA E EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA . . . . .	77
APÊNDICE B - MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO :	
MÉTODO SIMPLEX DE PROGRAMAÇÃO LINEAR . . . . .	85
APÊNDICE C - MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA EXPVAR . . . . .	108
APÊNDICE D - RELATÓRIOS DA ANÁLISE DO SISTEMA IEEE 6 BUS SYSTEM . . . . .	119
APÊNDICE E - RELATÓRIOS DA ANALISE DO SISTEMA REAL DEESP 12 BARRAS. . . . .	135
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	

## LISTA DE FIGURAS

1.1	- Curvas de custos de investimento . . . . .	10.
1.2	- Variação repentina no custo unitário do MVar. . . . .	10.
2.1	- Transformador com incrementos de tap e de injeções de potência. . . . .	16.
4.1	- Método de Compensação Visto como Equivalente Thévenin. . . . .	49.
4.2	- Fluxograma de distribuição ótima de potência reativa. . . . .	56.
5.1	- Configuração do IEEE 6 BUS SYSTEM . . . . .	60.
5.2	- Configuração 1990 do sistema DEESP 12 BARRAS. . . . .	64.
5.3	- Configuração 1993 do sistema DEESP 12 BARRAS. . . . .	65.
5.4	- Discretização da potência reativa da barra 3. . . . .	71.
5.5	- Discretização da potência reativa da barra 8. . . . .	72.
5.6	- Discretização da potência reativa da barra 10. . . . .	73.
A.1	- Modelo equivalente n de uma linha de transmissão. . . . .	78.
A.2	- Modelo de transformador com LTC. . . . .	80.
A.3	- Equivalente n do transformador com LTC. . . . .	80.
B.1	- Mínimo de $f_{Cx}$ / Máximo de $-f_{CxD}$ . . . . .	89.
B.2	- A Região Viável. . . . .	92.
B.3	- Número infinito de soluções. . . . .	93.
B.4	- Solução Ilimitada. . . . .	94.
B.5	- Solução Impossível. . . . .	94.
C1	- Tensão máxima e mínima em barras de geração. . . . .	114.
C.2	- Escolha das barras candidatas. . . . .	114.
C.3	- Escolha direta das barras candidatas. . . . .	115.
C.4	- Limite máximo e custo da potência reativa. . . . .	116.
C.5	- Informações do processo iterativo de solução. . . . .	117.

## LISTA DE TABELAS

TABELA	PÁGINA
5. 1 - DADOS DE BARRAS DO IEEE 6 BUS SYSTEM . . . . .	60.
5. 2 - DADOS DE LINHA DO IEEE 6 BUS SYSTEM . . . . .	61.
5. 3 - LIMITES SOBRE AS VARIÁVEIS E RESULTADOS OBTIDOS . . . . .	61.
5. 4 - CONVERGÊNCIA DAS PERDAS DO IEEE 6 BUS SYSTEM . . . . .	62.
5. 5 - DADOS DE LINHAS DO SISTEMA DEESP 12 BARRAS . . . . .	66.
5. 6 - DADOS DE TRANSFORMADORES DO SISTEMA DEESP 12 BARRAS ..	66.
5. 7 - PREVISXO DE CARGA DO MERCADO . . . . .	66.
5. e - <u>COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE DO ANO 1993. . . . .</u>	66.

## RESUMO

Apresenta-se um novo algoritmo de distribuição ótima da potência reativa, para planejamento da expansão e/ou da operação de sistemas elétricos. O algoritmo minimiza os custos de perda ativa na transmissão e de investimento em novos bancos de capacitores, usando programação linear. As restrições incluem limites da potência reativa dos geradores, limites sobre as tensões das barras de carga, e os limites da operação sobre as variáveis de controle: taps dos transformadores com LTC, tensões terminais dos geradores e potência reativa das fontes chaveáveis. A formulação matemática do modelo de PL é baseada sobre uma expansão da matriz Jacobiana do fluxo de carga, e permite também a representação de cargas como impedância constante. As equações são linearizadas em torno de um ponto de operação definido por uma solução de fluxo de carga desacoplado rápido. As barras candidatas a instalação de bancos de capacitores são escolhidas de acordo com índices de sensibilidade. Uma vez que este método não necessita de qualquer inversão de matriz, o tempo computacional e utilização de memória é bastante reduzido. O algoritmo é interativo e foi implementado em um IBM PC-AT. A versão atual é capaz de analisar um sistema elétrico com 50 barras e 100 linhas, utilizando 200 kbytes de memória. Resultados da sua aplicação aos sistemas IEEE 6 BUS SYSTEM e DEESP 12 BARRAS, são apresentados.

## ABSTRACT

This work presents a new algorithm for both optimal reactive power allocation and operation planning. The algorithm minimizes costs of transmission line losses and investment costs of VAR expansion, using linear programming. The constraints include the reactive power limits of the generators, limits on the load bus voltages, and the operating limits on the control variables, i. e., the transformer tap positions, generator terminal voltages and switchable reactive power sources. The mathematical formulation of the LP model is based on an expansion of the load flow Jacobian matrix. The effect of voltage profile variations on constant impedance loads is also considered. The equations are linearized around an operating point defined by a fast decoupled load flow solution. An indicator to choose the candidate buses for VAR expansion is presented. Since this method does not need any matrix inversion, it saves computational time and memory space. The algorithm is interactive and has been implemented at an IBM PC-AT, allowing user-friendly interface. The current version is capable to analyze an electrical power system with fifty buses and one hundred lines, taking 200 kbytes of memory. Results of its application to the IEEE 6 BUS SYSTEM and to the real system DEESP 12 BARRAS are presented.

## CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

## 1.1 - ASPECTOS GERAIS

Planejar a expansão de um sistema de potência consiste em escolher, sobre um período de vários anos, uma política de expansão ótima. Esta política especifica onde, quando e quais os tipos de equipamentos, tais como equipamentos de geração e transmissão, deverão ser adicionados ao sistema, no decorrer do período de planejamento. A estratégia de implementação resultante é ótima no sentido de que os custos de investimento e operação são minimizados.

Na expansão dos sistemas de transmissão, as companhias de energia elétrica enfrentam continuamente, os dois problemas básicos abaixo :

ct. Problema da alocação ótima das subestações transformadoras CSE'sD e das linhas de transmissão CLT\*sD, necessárias ao atendimento das demandas emergentes em determinadas áreas do sistema;

o. Problema da identificação do suprimento da potência reativa, necessária à manutenção do perfil das tensões do sistema dentro dos limites especificados, em condições de operação normal e sob contingências.

O controle de tensão e de fluxo da potência reativa é um dos fatores mais importantes a serem considerados pelos engenheiros de planejamento de sistemas. Essa necessidade decorre da imposição de respeitar critérios de tensão máxima e mínima, para não prejudicar os consumidores, e ainda do interesse da própria concessionária em minimizar a perda ativa do seu sistema de transmissão.

Os operadores dos sistemas asseguram a qualidade e a confiabilidade do suprimento aos consumidores, mantendo as tensões das barras de carga dentro dos limites permissíveis. Qualquer alteração na configuração do sistema ou na demanda de potência pode resultar em tensões acima ou abaixo dos limites aceitáveis. Essa situação pode ser corrigida pelo operador, realocando a geração da potência reativa, ou seja, ajustando os taps dos transformadores com LTC, alterando as tensões terminais dos geradores e chaveando fontes de reativo (C bancos de capacitores e/ou indutores 2).

Outro problema enfrentado pelas concessionárias de energia elétrica é o elevado grau de carregamento e exploração da rede de transmissão de potência, que tem criado um problema especial de tensões de segurança ou instabilidade de tensões ou colapso, Obadina, O. O. e Berg, G. J. , 1988; Obadina, O. O. e Berg, G. J. , 19895.

Se uma rede for incapaz de atender a uma determinada demanda de potência, poderá haver colapso nas tensões do sistema. A inabilidade do sistema para atender a uma demanda de potência pode ser atribuída a um inadequado suporte da potência reativa ou capacidade de transmissão. Por isso, o controle de tensão tem sido identificado como uma das necessidades operacionais mais importantes.

## 1.2 - MOTIVAÇÃO PARA PESQUISA

O controle dos parâmetros Q/V em um sistema é possível se e apenas se alguns equipamentos são planejados e instalados em avanço no tempo. O planejamento desses equipamentos pode ser tratado como um problema de programação matemática.

O controle de tensão é mais eficientemente efetuado através dos geradores, compensadores síncronos ou estáticos. No entanto, bancos de capacitores e reatores constituem-se em fontes econômicas de potência reativa.

O objetivo principal do planejamento da potência reativa é prover o sistema com fontes de reativo C bancos de capacitores e/ou reatores chaveáveis ou  $n^2o$  } suficientes para corrigir níveis inaceitáveis de tensões, em condições de operação normal e sob contingências.

A perda de potência ativa na transmissão causa uma perda de rendimento do sistema. Portanto, mesmo uma pequena percentagem de redução na perda será muito importante, uma vez que a potência gerada total é da ordem de megawatts/gigawatts.

Dessa forma, o objetivo do planejamento ótimo da alocação de reativos é minimizar a perda de potência ativa na transmissão, com a manutenção do perfil de tensões no nível adequado, e minimizar os custos de investimento do plano de expansão de novas fontes de reativo.

Existem principalmente duas técnicas diferentes de pesquisa operacional para se estudar o problema do planejamento da distribuição ótima da potência reativa : técnicas de programação não-linear (CPNL2) e técnicas de programação linear (CPLD).

Como a programação linear tem sido reconhecida como um método rápido, confiável, versátil e suficientemente preciso para solução do problema de expansão ótima de sistemas elétricos, nos últimos anos muita pesquisa tem sido feita nessa área, CGarver, L.L. , 1970; Hobson, E. , 1980; Mamandur, K.R.C, e Chenoweth, R.D. ,

1981; Horton, J.S. e Grigaby, L.L. 1984; Qiu, J. e Shahidehpour, S.M. . 1987; Iba, K. e outros, 1988; Aoki, K. e outros, 1988; Fernandes, R.A. e outros, 1988; Deeb, N. e Shahidehpour, S.M. , 1990D, de forma que os modelos matemáticos propostos nos Caps. 2 e 3, são formulados como modelos de PL.

O problema não-linear da expansão AC de sistemas, formulado como um problema de PL, apresenta a vantagem de, além das vantagens da PL mencionadas acima, através do gerenciamento de um algoritmo ótimo de expansão DC, com alocação ótima de SE's e LT\*s, originar um único programa computacional de expansão de redes, dito *ALGORITMO ÓTIMO DE PLANEJAMENTO*.

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um algoritmo de distribuição ótima da potência reativa, que juntamente com um algoritmo ótimo de expansão DC, como o proposto em CRibeiro, S.D.C. , 19903, num trabalho futuro dá origem ao *ALGORITMO ÓTIMO DE PLANEJAMENTO*. Este algoritmo, da maneira como é proposto, tornar-se-á de fundamental importância para o planejamento de sistemas, principalmente, na fase de pré-seleção de alternativas, quando se visualizam cenários com um número significativo de alternativas.

Como vantagens práticas da aplicação deste algoritmo pode-se destacar : tempo de resposta bastante reduzido, comparado ao da mesma análise efetuada através de métodos tradicionais Csimulação exaustiva de fluxos de carga D; maior precisão nos resultados, por focar algoritmos que buscam soluções otimizadas, minimizando custos de investimento e de operação C perda ativa na transmissão D.

### 1.3 - PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Nas duas últimas décadas, uma grande parcela de esforços vem sendo aplicada no desenvolvimento de métodos matemáticos para solução do problema de planejamento da expansão de redes



elétricas. Este trabalho trata fundamentalmente do problema da distribuição ótima da potência reativa. Vários modelos matemáticos têm sido propostos para tratar o problema da expansão AC de sistemas. Entre eles destacam-se :

Obadina e Berg. CObadina, O. O. e Berg, G. J. , 1988 e 1989}, desenvolveram um método de identificação do suprimento de potência reativa com o objetivo de melhorar a segurança do sistema, em condições de operação normal e sob contingências.

Aoki e outros, CAoki, K. e outros, 1988}, desenvolveram um método de aproximação em programação linear inteira-mista recursiva, para solução do problema de planejamento da potência reativa. O modelo proposto tem como vantagem principal o tratamento dos bancos de capacitores como unidades discretas, através da utilização de um excelente método de aproximação proposto por Cibaraki, T. e outros, 1974} para solução de problemas de PL inteira-mista. Apresenta a desvantagem de não incorporar o custo da perda na função objetivo.

Lee e outros, CLee, T. H. e outros, 1985}, desenvolveram um trabalho interessante de planejamento de bancos de capacitores para correção de tensões, durante condições de operação normal e sob contingências. O método é baseado numa seleção seqüencial dos estados mais severos de contingências, definidos por Índices de severidade, que requerem o máximo de potência reativa. Com base em índices de custo, definidos para cada barra em cada estado, as barras ótimas para instalação de bancos de capacitores são definidas.

Horton e Grigaby, CHorton, J.S. e Grigaby, L. L. , 1984}, apresentaram um método de otimização das tensões, combinando PL com o método do gradiente reduzido generalizado CGRG}, tirando as maiores vantagens de ambas as técnicas. Este método torna-se interessante à medida que permite soluções em pontos interiores da região viável.

Fernandes e outros, CFernandes, R.A. e outros, 1988}, apresentaram uma nova metodologia para planejamento futuro de novas fontes de reativo em sistemas de grande porte. Discutiram

detalhes importantes a serem considerados em algoritmos de planejamento da potência reativa.

Mamandur e Chenoweth, (Mamandur, K.R.C, e Chenoweth, R.D. , 1981), desenvolveram uma excelente formulação matemática do problema de controle ótimo da potência reativa para minimização da perda do sistema. Essa formulação vem sendo utilizada como base por vários outros trabalhos, entre os quais destacam-se COJU, J. e Shahidehpour, S.M. , 1987; Iba, K. e outros, 1988; Deeb, N. e Shahidehpour, S.M. , 1990).

O algoritmo proposto por Deeb, N. e Shahidehpour, S.M. , 1990) pode ser aplicado no planejamento de sistemas de grande porte através da decomposição do sistema em subsistemas correspondentes a áreas específicas. O método da decomposição de Dantzig-Wolfe é utilizado na busca do ótimo global.

O modelo proposto em Qiu, J. e Shahidehpour, S.M. , 1987) apresenta um detalhe pouco considerado nos outros trabalhos : não despreza a variação da carga reativa com a variação da tensão. Quase na totalidade, os modelos consideram as cargas reativas constantes.

Iba e outros (Iba, K. e outros, 1988) desenvolveram um excelente modelo matemático a partir da introdução de algumas modificações no equacionamento do modelo apresentado em Mamandur, K.R.C. e Chenoweth, R.D. , 1981). A formulação final não apresenta problemas de oscilação numérica no processo iterativo de solução, e a esparsidade da matriz de restrições pode ser explorada reduzindo consideravelmente o uso de memória de computador.

#### 1.4 - ABORDAGEM DO PROBLEMA

A redistribuição ótima da potência reativa gerada em um sistema de potência é necessária para melhorar o perfil de tensões e minimizar a perda de potência ativa na transmissão. A

distribuição da potência reativa pode ser controlada pelo operador do sistema por meio do ajuste adequado das seguintes variáveis controláveis :

- a. taps dos transformadores com LTC;
- b. tensões terminais dos geradores;
- c. fontes de reativo controláveis ( bancos de capacitores e/ou reatores ).

As variáveis de controle são restritas a assumirem valores dentro de uma faixa especificada, ou seja :

$$\begin{aligned}
 [T]_{MIN} & \leq [T] \leq [T]_{MAX} && \text{taps dos transformadores com} \\
 & && \text{com LTC} \\
 [V_a]_{MIN} & \leq IV_a \leq IV_a_{MAX} && \text{tensões das barras do geração} \quad (C1.1) \\
 [Q]_{MIN} & \leq I_Q \leq I_Q_{MAX} && \text{potências reativas das barras} \\
 & && \text{d) carga com fontes chaveadas}
 \end{aligned}$$

Quaisquer alterações nas variáveis de controle têm o efeito de modificar o perfil das tensões do sistema, modificar a geração da potência reativa dos geradores e modificar a perda de potência ativa na transmissão. Portanto, a ação do operador sobre as variáveis de controle está indiretamente limitada pelas restrições de resposta do sistema, ou seja, limites aceitáveis das tensões nas barras de carga e limites de geração da potência reativa dos geradores. Estas restrições são ditas restrições de desempenho da rede e apresentam-se como :

$$\begin{aligned}
 [V_L]_{MTKI} & < [V_L] < [V_L]_{MAX} && \text{tensões das barras de carga} \\
 [Q_a]_{MIN} & < I_{Q_a} < I_{Q_a}^{MAX} && \text{potências reativas das} \\
 & && \text{barras de } \mathbf{geração} \quad \text{ci. 2d}
 \end{aligned}$$

O problema de distribuição ótima da potência reativa consiste em determinar o conjunto de ajustes das variáveis de controle, necessário para minimizar a perda de potência ativa no sistema, e que envolve o menor custo de investimento em novas fontes de reativo, satisfazendo simultaneamente as restrições de desempenho da rede e as restrições dos limites sobre as variáveis de controle, equações C1.13 e C1.23.

Como contribuição para solução do problema de distribuição ótima da potência reativa em redes elétricas, este trabalho propõe um novo algoritmo que pode ser aplicado tanto no planejamento da expansão, quanto da operação de sistemas elétricos. O algoritmo proposto foi implementado em microcomputador, de forma interativa com o usuário.

O algoritmo desenvolvido tem como etapa principal a formulação do problema como um modelo de PL, e a solução desse modelo através de um algoritmo Simplex. Vários modelos de PL foram analisados, despertando maior interesse os modelos propostos em CMamandur, K.R.C, e Chenoweth, R. D. , 1981; Iba, K. e outros, 1988}, descritos nos Caps. 2 e 3, respectivamente, como MODELO 1 e MODELO 2. O MODELO 1 analisado no Cap. 2 é uma mera descrição do modelo proposto em CMamandur, K.R.C. e Chenoweth, R. D. , 1981D, e por razões apresentadas adiante este modelo não foi implementado no algoritmo, embora tenha contribuído significativamente para o desenvolvimento deste e de outros trabalhos.

Utilizou-se no algoritmo, o MODELO 2 analisado no Cap. 3, o qual foi desenvolvido a partir da introdução de algumas considerações no modelo proposto em CIba, K. e outros, 1988}. É proposta uma transformação de translação de eixos coordenados no modelo citado, a fim de que todas as variáveis de decisão sejam não-negativas, possibilitando assim a solução do modelo pelo algoritmo Simplex disponível no DEESP/UFPE.

A primeira etapa do algoritmo de planejamento consiste na escolha do conjunto de barras de carga para possíveis adições de bancos de capacitores. É proposto no Cap. 4, uma análise prévia de sensibilidade das barras do sistema a injeções de reativos, para orientar o usuário na escolha do conjunto de barras citado, bem como um procedimento a ser adotado na primeira solução do fluxo de carga desacoplado rápido, necessária para formulação do problema. É proposta também, uma metodologia que pode ser aplicada num planejamento envolvendo dois ou mais períodos de estudo, para levar em consideração o aspecto dinâmico de evolução dos sistemas elétricos.

A formulação matemática dos modelos de PL é baseada sobre as equações do fluxo de carga, onde os elementos da matriz Jacobiana de sensibilidade  $[J]$  relacionam as injeções líquidas de potência ativa e reativa nas barras às variações nos módulos e ângulos das tensões nodais, (Monticelli, A., 1983; Ramos, D. S. e Dias, E. M., 1983).

Nos métodos de solução das equações de fluxo de carga, a matriz Jacobiana  $[J]$  é decomposta em fatores triangulares  $LDU$  ( $[Y] = [L][D][U]$ ). A inversa da matriz Jacobiana  $[J]$  é a matriz de sensibilidade  $[S]$ . Os elementos da matriz  $[S]$  são determinados a partir de operações equivalentes de eliminações e substituições, (Araújo, O. e outros, 1983; Tinney, W. F. e outros, 1985; Chan, S. M. e Brandwajn, V., 1986), com os fatores triangulares  $LDU$  da matriz  $[X]$ .

Os dois modelos propostos apresentam nas suas formulações matemáticas equações linearizadas da função objetivo e das restrições. Portanto, uma solução do fluxo de carga desacoplado rápido (FCDFR) para linearização das equações envolvidas é o ponto de partida para o equacionamento do problema.

Quando o objetivo do processo de otimização for a minimização do custo anual total do sistema, o que é bastante desejável, a função objetivo linearizada consistirá de duas parcelas: uma representando o efeito de redução da perda de potência ativa, e outra representando os custos de investimento em novas fontes de reativo (bancos de capacitores e/ou reatores).

Numa situação real, a potência reativa dos bancos de capacitores e/ou indutores pode ser adicionada ao sistema apenas em quantidades discretas. Portanto, o custo de investimento em novas fontes gera uma função custo discreta, cujos pontos estão ilustrados na Figura 1.1. Como nos modelos de PL considerados todas as variáveis de decisão são tratadas como variáveis contínuas, a função custo considerada é a curva tracejada da Figura 1.1.

A atribuição de custo zero à potência reativa das fontes existentes, e custo não-nulo à potência reativa das fontes novas gera uma função custo unitário tipo degrau. Essa mudança

repentina do custo unitário na função objetivo pode causar problemas de oscilação numérica no valor da função objetivo dos modelos lineares que consideram os custos de investimentos.

CUSTO TOTAL DE INVESTIMENTO [S3

Pontos da função discreta



Função custo construída

No. DE UNIDADES CAPACITIVAS/INDUTIVAS

FIGURA 1.1 - Curvas de custos de investimento

A Figura 1.2 ilustra a função custo unitário  $C$  traço pontilhado  $D$ , e o custo total de investimento  $C$  traço contínuo  $D$ , da potência reativa de uma barra qualquer. Considera-se que essa barra apresenta uma unidade capacitiva existente  $C(QE)$ , e permite a adição de uma unidade capacitiva nova, totalizando o valor máximo  $C(QM)$  de duas unidades.

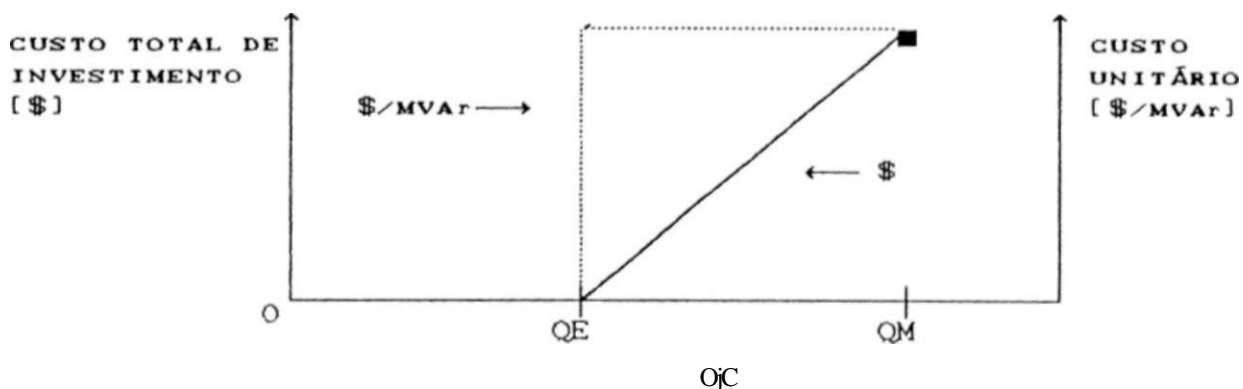


FIGURA 1.2 - Variação repentina no custo unitário do MVar

Observa-se na Figura 1.2 que o custo unitário sofre uma variação abrupta no ponto limite  $C_{QE}$  da potência reativa das fontes existentes e das fontes novas, dando origem a oscilação numérica no valor da função objetivo.

Apenas a formulação do MODELO 2 é capaz de incorporar, na função objetivo, a parcela referente aos custos de investimento nas novas fontes de potência reativa, sem causar problemas de oscilação numérica no processo de solução.

## CAPÍTULO 2

MODELO 1 DE OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE  
POTÊNCIA REATIVA NO SISTEMA

## 2.1 - INTRODUÇÃO

O MODELO 1 apresenta uma série de vantagens quando utilizado no planejamento da operação de sistemas de potência. Todavia, poderão surgir algumas dificuldades quando aplicado no planejamento da expansão, de forma que esse modelo não foi implementado computacionalmente.

A introdução desse modelo nesse trabalho deve-se à simplicidade do seu equacionamento, que permite um entendimento rápido da formulação do problema de distribuição ótima da potência reativa como um modelo de PL. As vantagens e desvantagens serão percebidas à medida que o leitor for assimilando o equacionamento apresentado.

O problema da oscilação numérica no valor da função objetivo, devido à consideração da parcela dos custos de investimentos, descrito no Cap. 1, pode ser superado através da separação da potência reativa dos bancos existentes, de custo



zero, da potência reativa dos bancos novos, de custo não-nulo. Todavia, na forma em que o MODELO 1 se apresenta, essa separação não é considerada. Para evitar o problema da oscilação numérica no processo de solução, a parcela referente aos custos de investimentos é omitida da função objetivo.

A diferença fundamental, sob o aspecto de implementação computacional, entre o MODELO 1 e o MODELO 2 apresentado no Cap. 3, encontra-se nas matrizes de restrições. A matriz de restrições do MODELO 1 possui dimensão inferior devido à separação das variáveis de controle (ou independentes) das variáveis controladas (ou dependentes). Em contrapartida, essa matriz é densa por ser constituída a partir da matriz  $CS'$ , inversa da matriz  $IJ^*$ , expansão da matriz Jacobiana  $[JJ$ . A matriz de restrições do MODELO 2 tem dimensões maiores, mas, em compensação, apresenta um elevado grau de esparsidade que pode ser eficientemente explorado.

## 2.2 - FUNÇÃO OBJETIVO

O MODELO 1 tem como objetivo a minimização da perda de potência ativa na transmissão,  $P$ , através do controle das tensões terminais dos geradores, ajuste dos taps dos transformadores com LTC e chaveamentos de bancos de capacitores.

Uma vez que busca-se tratar o problema não-linear, como um problema de PL, o modelo utiliza equações linearizadas, de forma que a função objetivo considerada minimiza  $AP$ , a variação da perda de potência ativa.

A expressão de  $AP$  em função das variáveis de controle, as variáveis de decisão do problema de PL, é dada pela equação (2.1), onde a barra  $i$  é a barra de referência; os índices  $2,3,\dots,h$  indicam barras de geração; os índices  $M+1,M+2,\dots,N$  indicam barras de carga; e  $a$  significa o conjunto de barras de carga com fontes de reativo chaveáveis ou controláveis.

$$AP_L = \begin{matrix} & \begin{matrix} dP_L & dP_L & dP_L & dP_L & dP_L \\ & dV_1 & dv_2 & & ao_a \end{matrix} \\ \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} & \begin{matrix} \Delta T \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_M \\ \Delta Q_\alpha \end{matrix} \end{matrix} \tag{C2.13}$$

Na formulação do problema de PL, o primeiro passo é o cálculo dos coeficientes de sensibilidade da perda ativa em relação às injeções de potência ativa e reativa em todas as barras, exceto a barra de referência, através da equação matricial:

$$\begin{matrix} \frac{dP}{SP^L} \\ \hat{aP} \\ \hat{oQ}^L \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}^{-1} \begin{matrix} \frac{\partial P_L}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V} \cdot V \end{matrix} \tag{C2.2)}$$

onde [J] é a matriz Jacobiana do fluxo de carga, equacionada no Apêndice A, e o índice superior t significa matriz transposta.

Os elementos  $\hat{aP} / d\theta$  e  $\hat{oQ} / \#V \cdot V$  podem ser determinados considerando-se que :

$$P_I = \sum_{K=1}^N r_{IK} P_K \tag{C2.3D}$$

onde  $P_k$  é a injeção líquida de potência ativa na barra k.

Portanto,

$$\begin{matrix} \frac{\partial P_L}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_L}{\partial V} \cdot V \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_1}{\partial V} \cdot V \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_2}{\partial V} \cdot V \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{\partial P_N}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_N}{\partial V} \cdot V \end{matrix} \tag{C2.4D}$$

e substituindo os resultados da equação C2.4D na equação C2.2D

pode-se determinar a sensibilidade da perda de potência ativa em relação às variações nas injeções de potência ativa e reativa em cada barra.

A partir dos valores de  $dP/dP$  e  $dP/dQ$  pode-se calcular os coeficientes que compõem a função objetivo, conforme descrito nas subseções 2.2.1 a 2.2.4 abaixo.

2.2.1 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO A TAP DE TRANSFORMADOR COM LTC C DPL/ÍÍTD

Considere o transformador indicado na Figura A.2 do Apêndice A, ligando as barras  $h$  e  $m$ , com injeções de potência  $P^h$  e  $Q^h$  na barra  $k$  e  $P^m$  e  $Q^m$  na barra  $m$ . Uma pequena variação  $\Delta t_M$ , no tap do transformador, resulta em incrementos de fluxos de potência no ramo  $k-m$ , alterando as injeções de potência nas barras  $k$  e  $m$ , conforme indicado na Figura 2.1.

$$\begin{array}{l}
 \frac{dP}{dQ} \\
 \frac{KM}{KM} \cdot \frac{At}{KM} \\
 \frac{KM}{KM} \cdot \frac{At}{KM} \\
 \frac{KM}{KM}
 \end{array}
 \quad
 \left.
 \begin{array}{l}
 1 : C t + \Delta t \\
 KM \quad KM \quad KM
 \end{array}
 \right\}
 \quad
 \begin{array}{l}
 M \\
 \frac{dP}{dQ} \\
 P^M + \frac{JST^h \cdot \Delta t}{KM} \\
 Q^M + \frac{MK \cdot \Delta t}{KM}
 \end{array}$$

FIGURA 2.1 - Transformador com incrementos de tap e de injeções de potência

Para determinar os índices de sensibilidade desejados, os incrementos de injeções de potência são eliminados injetando-se incrementos de sinais opostos, uma vez que as potências injetadas nas barras devem permanecer nos valores especificados. Portanto,

$$AP_K = - \frac{dP}{dQ} \cdot \frac{At}{KM} \quad (2.5)$$

$$AQ_K = - \frac{35 \cdot \dot{A}t}{dt_{KM}} \quad KM \quad C2. 6)$$

$$AP_M = - \frac{\dot{O}P}{\dot{sr} < 5t_{KM}} \cdot \dot{A}t_{KM} \quad Ca. 73$$

$$AQ_M = - \frac{\dot{A}t_{KM}}{dt_{KM}} \quad C2. 8)$$

Como,

$$\begin{matrix} dP & dP & dP & dP \\ K & K & M & M \end{matrix}$$

tem-se :

$$\begin{matrix} dP & , & \dot{a}P & . & dP & , & dQ & . & dP & , & \dot{<?P} & . & dP & - & \#Q \\ \wedge & & (-ac^+sr- & -\tilde{a}u^{\wedge}h\tilde{a}^{\wedge} & (-sr^{\wedge}hser- & & & & & & & & & & & KM \\ K & & KM & & K & * & KM & & M & & KM & & M & * & KM & & \end{matrix} \quad C2. 10)$$

Considerando que,

$$AP_L = \frac{dP}{\dot{O}t_{KM}} \cdot \dot{A}t_{KM} \quad C2. 11)$$

comparando-se as equações C2.11) e C2.10), obtém-se :

$$dP_L \quad dP_L \quad \dot{a}P_{KM} \quad dP_L \quad \dot{dQ}_{KM} \quad \dot{<?P}_L \quad \#P_{MK} \quad \dot{<?P}_L \quad \dot{Q}_{MK} \quad C2. 12)$$

$$\tilde{a}t_{KM} \quad \tilde{a}p_{KM} \quad | \quad \tilde{a}t_{KM} \quad J \quad \tilde{a}o_{KM} \quad | \quad \#t_{KM} \quad J \quad dP_{KM} \quad | \quad dt_{KM} \quad J \quad \dot{O}Q_{KM} \quad | \quad dt_{KM} \quad J$$

Os coeficientes  $\frac{dP}{\dot{O}P}$ ,  $\frac{\dot{O}P}{SdQ}$ ,  $\frac{\dot{a}P}{dP}$  e  $\frac{dP}{\dot{O}Q}$  são

obtidos na equação C2.2), e os coeficientes  $\frac{dP}{dt}$ ,  $\frac{\dot{O}Q}{dt}$

$\frac{\#P}{dt}$  e  $\frac{\#Q}{<?t}$  são obtidos tomando-se as derivadas parciais das expressões de fluxos de potência nos transformadores, apresentadas nas equações CA. 14), CA. 16), CA. 15) e CA. 17), respectivamente, do Apêndice A.

Portanto,

$$\frac{dP}{\#t_{KM}} = 2 \cdot t_{KM} \cdot g_{KM} \cdot V^2 + V_{KM} \cdot V_{KM} \cdot C - g_{KM} \cdot \cos CS_{KM} + b_{KM} \cdot \text{sen} CO_{KM} \quad C2.13)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t_{KM}} = 2 \cdot t_{KM} \cdot b_{KM} \cdot V_K^2 - V_K \cdot V_M \cdot C_{gKM} \cdot \sin C\hat{O}_{KM} + b_{KM} \cdot \cos C\hat{O}_{KM} \quad (C2.14)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t_{KM}} = -V_K \cdot V_M \cdot C_{gKM} \cdot \cos C\hat{a}_{KM} + b_{KM} \cdot \sin C\hat{O}_{KM} \quad (C2.15)$$

$$\frac{\partial t_{KM}}{\partial t_{KM}} = V_K \cdot V_M \cdot C_{gKM} \cdot \sin C\hat{a}_{KM} - b_{KM} \cdot \cos C\hat{O}_{KM} \quad (C2.16)$$

Dessa forma, a partir das equações (C2.2), (C2.13), (C2.14), (C2.15), (C2.16) e (C2.12) determina-se os coeficientes de sensibilidade da perda do sistema em relação aos taps dos transformadores com LTC.

### 2.2.2 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO À TENSÃO TERMINAL DE GERADOR $C\hat{O}PuS\hat{O}V\hat{I}$

Variar a tensão terminal de um gerador resulta na variação da injeção de potência reativa nessa barra de geração. Portanto, as sensibilidades da perda em relação às tensões das barras de geração são dadas por :

$$\frac{\partial P}{\partial V_K} = \frac{\partial P}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial V_K} \quad \text{para } k=2, 3, \dots, M \text{ (barrão de geração)} \quad (C2.17)$$

Os termos  $\frac{\partial Q}{\partial V_K}$ ,  $k=2, 3, \dots, M$  são obtidos na matriz Jacobiana, dados pela equação CA.27) do Apêndice A. Os termos  $\frac{\partial P}{\partial Q}$  são obtidos pela expressão (C2.2).

### 2.2.3 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO À TENSÃO TERMINAL DA BARRA DE REFERÊNCIA $C\hat{a}P S\hat{a}V$ )

L 1

Qualquer alteração na tensão terminal da barra de referência resulta em variações nas injeções de potência reativa em todos os

outros geradores, e também em erros de injeções de potência reativa em todas as barras de carga conectadas à barra de referência. Portanto,

$$\frac{dP}{dT} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial V_j} & \frac{\partial P}{\partial \theta_j} \\ \frac{\partial P}{\partial V_i} & \frac{\partial P}{\partial \theta_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_j \\ \Delta \theta_j \\ \Delta V_i \\ \Delta \theta_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial V_i} \\ \frac{\partial P}{\partial \theta_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_i \\ \Delta \theta_i \end{bmatrix}$$

onde (3 é o conjunto de todas as barras de carga conectadas à barra /.

Os valores de  $\frac{\partial P}{\partial V_j}$ ,  $\frac{\partial P}{\partial \theta_j}$ , ...,  $\frac{\partial P}{\partial V_i}$ ,  $\frac{\partial P}{\partial \theta_i}$  são obtidos

na derivada da equação C2.2D. Os valores de  $\frac{\partial Q}{\partial V_j}$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial \theta_j}$ , ...,  $\frac{\partial Q}{\partial V_i}$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial \theta_i}$  são obtidos na matriz (3) apresentada adiante.

#### 2.2.4 - SENSIBILIDADE DA PERDA EM RELAÇÃO À POTÊNCIA REATIVA DAS FONTES CHAVEAVEIS $C_{aP} S_{dQ}$ )

Estes elementos são obtidos diretamente através da equação C2.2D. Dessa forma, todos os parâmetros necessários à composição da função objetivo podem ser determinados. A função objetivo deve ser minimizada satisfazendo um conjunto de restrições de desempenho da rede e de limites sobre as variáveis de controle.

#### 2.3 - RESTRIÇÕES DE DESEMPENHO DA REDE

As restrições de desempenho da rede são restrições sobre as variáveis controladas  $C$  ou dependentes  $\}$ , ou seja, são limites sobre a geração de potência reativa nos geradores e limites sobre as tensões das barras de carga. Como o modelo apresenta uma formulação linearizada, esses limites, representados pela desigualdade Cl.25, são escritos na seguinte forma matricial :

$$r_{AQ_i} - \lambda_{r_{AQ_i}} \mathbf{C}_{AQ_i} \mathbf{1}^{MAX} \tag{C2.19}$$

$$[AV_i] \mathbf{J} \quad L^{AV} \mathbf{1} \mathbf{J} \quad L^{AV} \mathbf{L} \mathbf{J}$$

onde :

$$\begin{matrix} \text{MIN} & & \text{CAL} \\ & [*] & " [i] \\ \text{MAX} & & \text{CAL} \end{matrix} \tag{C2.20}$$

[ 5 1

Conforme descrito no Cap. 1, as variáveis de controle estão indiretamente limitadas pelas restrições de desempenho da rede. Portanto, as restrições de desempenho da rede, representadas agora pela desigualdade C2.19), devem ser expressas em função das variáveis de controle do sistema.

Às equações do fluxo de carga são acrescentadas as equações de injeções de potência ativa e reativa na barra de referência e as equações de fluxo de potência ativa através dos transformadores com LTC. Esse conjunto de equações pode ser escrito conforme a equação matricial C2.21D, onde a matriz quadrada é a matriz de sensibilidade [J\*1, uma expansão da matriz Jacobiana ÍJ).

$\begin{matrix} AP \\ \hat{A}P \\ N \end{matrix}$	$\begin{matrix} dP \\ de \\ KM \end{matrix}$	$\begin{matrix} ap \\ dt \\ KM \\ \hat{a}t \\ KM \end{matrix}$	$\begin{matrix} dP \\ dV \\ KM \\ dQ \\ dV \\ KM \end{matrix}$	X	$\begin{matrix} A3 \\ \hat{A}e \\ N \\ At \\ KM \\ AV \\ \hat{A}V \\ N \end{matrix}$	C2. 21 D
---	--	--	--	---	--	----------

A relação inversa da equação C2.21) é dada na equação C2.22), onde IS»] é a matriz [J\*1]»\*.

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta O \\ \hline ; \quad 1 \\ ke \\ \hline \Delta t \\ \hline N \\ \hline \Delta V \\ \hline KM \\ \hline \tilde{\Delta} v \\ \hline 1 \\ \hline N \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline S' \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \Delta P \\ \hline \tilde{\Delta} P \\ \hline \tilde{\Delta} P \\ \hline N \\ \hline \Delta P \\ \hline KM \\ \hline \Delta Q \\ \hline i \end{array}$$

Como estamos interessados apenas nas relações entre as variáveis dependentes e as variáveis de controle, a equação C2.22D pode ser escrita de forma reduzida, envolvendo apenas uma submatriz da matriz  $[S^*]$ . A equação reduzida é :

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta t \\ \hline KM \\ \hline \Delta V \\ \hline 1 \\ \hline \vdots \\ \hline \Delta V \\ \hline N \end{array} \begin{array}{|c|} \hline S1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \Delta P \\ \hline KM \\ \hline \Delta Q \\ \hline 1 \\ \hline \vdots \\ \hline \Delta Q \\ \hline M \\ \hline \Delta Q \\ \hline \alpha \end{array} \tag{C2.23}$$

A matriz  $[S1]$  é obtida a partir dos fatores LDU da matriz Jacobiana  $[J^*J]$ . Separando todas as variáveis dependentes de um lado da equação e todas as variáveis de controle do outro lado, a equação C2.233 passa a ser escrita como :

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P \\ \hline KM \\ \hline \Delta Q \\ \hline 1 \\ \hline \vdots \\ \hline \Delta Q \\ \hline M \\ \hline \Delta V \\ \hline M+1 \\ \hline \vdots \\ \hline \Delta V \\ \hline N \end{array} \begin{array}{|c|} \hline S2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \Delta t \\ \hline KM \\ \hline \Delta V \\ \hline 1 \\ \hline \vdots \\ \hline \Delta V \\ \hline M \\ \hline \Delta Q \\ \hline \alpha \end{array} \tag{C2.24D}$$

Considerando apenas as submatrizes  $[S31]$  e  $[S41]$ , da matriz  $[S21]$ , a equação C2.24} torna-se :



$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_M \\ \hline \Delta V_{M+1} \\ \vdots \\ \Delta V_N \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|c|} \hline S3 \\ \hline S4 \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta t_{KM} \\ \hline \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_M \\ \hline \Delta Q_\alpha \\ \hline \end{array}
 \quad C2.25)$$

e as restrições de desempenho do sistema, desigualdade C2.19), podem ser equacionadas em função das variáveis de controle da seguinte forma :

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta Q_{J1} \\ \vdots \\ \Delta Q_M \\ \hline \end{array}
 \text{MIN} <
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta Q \\ \hline \Delta Q \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline S3 \\ \hline \end{array}
 \times
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta t_{KM} \\ \hline \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_M \\ \hline \Delta Q_\alpha \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_M \\ \hline \end{array}
 \text{MAX}
 \quad C2.26)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta V_{M+1} \\ \vdots \\ \Delta V_N \\ \hline \end{array}
 \text{MIN} \leq
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta V_{M+1} \\ \vdots \\ \Delta V_N \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline S4 \\ \hline \end{array}
 \times
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta t_{KM} \\ \hline \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_M \\ \hline \Delta Q_\alpha \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline \Delta V_{M+1} \\ \vdots \\ \Delta V_N \\ \hline \end{array}
 \text{MAX}
 \quad C2.27)$$

#### 2.4 - RESTRIÇÕES SOBRE AS VARIÁVEIS DE CONTROLE

As variáveis de controle não podem ser ajustadas indefinidamente, uma vez que os equipamentos associados a essas variáveis estão sujeitos a limitações físicas e/ou operativas. Portanto, essas restrições são limites sobre os taps dos transformadores com LTC, tensões terminais dos geradores e potência reativa das fontes chaveáveis. Esses limites são expressos da seguinte forma :

At	MIN
AV <sup>KM</sup> <sub>i</sub>	
AV̂ <sub>M</sub>	

 $<$ 

At	
AV <sup>KM</sup> <sub>î</sub>	
AV̂ <sub>M</sub>	

 $<$ 

At	MAX
AV <sup>KM</sup> <sub>i</sub>	
AV̂ <sub>M</sub>	

 $)$ 

transformadores com LTC

barras de geração C2.285

barras de carga com fontes de reativo chaveavets

onde :

$\Delta t_{KM}$	MIN
$\Delta V_1$	
$\vdots$	
$\Delta V_M$	
$\Delta Q_\alpha$	

$t_{KM}$	MIN
$V_1$	
$\vdots$	
$V_M$	
$Q_\alpha$	

$t_{KM}$	c. AI.
$V_1$	
$\vdots$	
$V_M$	
$Q_\alpha$	

C2.295

At	MAX
AV <sup>KM</sup> <sub>1</sub>	
AV̂ <sub>M</sub>	
AQ <sup>M</sup> <sub>a</sub>	

 $-$ 

t	MAX
V <sup>KM</sup> <sub>1</sub>	
$\vdots$	
V <sub>M</sub>	

 $-$ 

t	CAL.
V <sup>KM</sup> <sub>11</sub>	
V	

C2.305

2.5 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO 1

Finalmente, pode-se formular o MODELO 1 da seguinte forma :

Minimize :

APL =

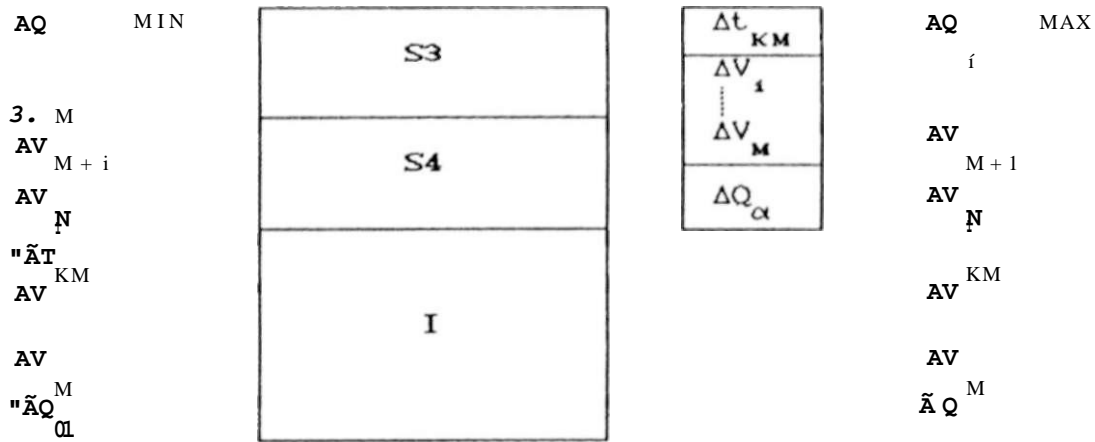
dPL	dPL.	dPL	dPL.
dt <sub>KM</sub>	dV <sub>i</sub>	* dV <sub>M</sub>	

 $\times$ 

$\Delta t_{KM}$
$\Delta V_1$
$\vdots$
$\Delta V_M$
$\Delta Q_\alpha$

C2.315

sujeito a :



Unia vez que o número de variáveis de decisão (Número de variáveis de controle) é menor do que o número de restrições (Número de barras + número de variáveis de controle), em geral, o problema de PL é mais eficientemente resolvido através da técnica dual de PL.

A solução do problema de PL composto pelas equações (C2.31) e (C2.32) define os incrementos das variáveis de controle, estabelecendo um novo estado dessas variáveis para a execução de um fluxo de carga, completando uma iteração do processo de solução. O processo iterativo continua até que reduções consideráveis no valor de AP não mais sejam possíveis.

Resultados de estudos apresentados em (Mamandur, K.R.C. e Chenoweth, R. D. , 1981) indicam a validade das restrições de desempenho da rede, dadas pelas equações (C2.26) e (C2.27), sobre a faixa completa de valores das variáveis de controle. Por outro lado, a perda de potência não varia linearmente na faixa completa dos valores referentes aos taps dos transformadores e as tensões das barras de geração.

Portanto, a equação da perda deve ser linearizada apenas sobre uma pequena região em torno do ponto de operação. Dessa forma, os valores de sensibilidade da perda, equação (C2.31), são válidos apenas sobre uma pequena faixa da região de linearização, e não sobre a faixa completa dada pela desigualdade (C2.28).

Pode-se considerar essa restrição redefinindo-se os limites sobre as variáveis de estado da seguinte forma :

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{MaxC At}^{\text{MIN}}_{\text{KM}} - T_j \\ \hline \text{MaxCAV}^{\text{MIN}}_{\text{STEP}}, -V_j \\ \hline \text{MaxCAV}^{\text{MIN}}_{\text{STEP}}, -V_j \\ \hline \text{MaxCAQ}^{\text{MIN}}_{\text{STEP}}, -Q_j \\ \hline \end{array} < \begin{array}{|c|} \hline \text{At} \\ \hline \text{AV}_{\text{KM}} \\ \hline \text{AV}_1 \\ \hline \text{AV}_M \\ \hline \end{array} < \begin{array}{|c|} \hline \text{MinCAV}^{\text{MAX}}_{\text{STEP}} \\ \hline \text{MinCAV}^{\text{MAX}}_{\text{STEP}}, V_j \\ \hline \text{MinCAV}^{\text{MAX}}_{\text{STEP}}, V_j \\ \hline \text{MinCAQ}^{\text{MAX}}_{\text{STEP}}, Q_j \\ \hline \end{array} \tag{C2.33}$$

Todavia, especificando-se valores muito pequenos para TSTEP, VSTEP e QSTEP, o algoritmo de PL pode indicar solução inviável. Para evitar que isso ocorra, nas primeiras iterações do processo de solução utiliza-se os limites dados pela desigualdade C2.28) sem restrições aos valores de TSTEP, VSTEP e QSTEP. A solução viável obtida nessas iterações normalmente não é ótima. O processo iterativo continua a partir desta solução viável com os limites agora definidos pela desigualdade C2.33).

2.6 - CONCLUSÕES

O MODELO 1 apresenta uma formulação matemática que pode gerar algumas dificuldades computacionais na solução de grandes sistemas. Essas dificuldades são devidas à necessidade de inversão explícita de parte da matriz Jacobiana  $J^{-1}$  para obtenção das submatrizes de restrições  $S3$  e  $S41$ . Essas dificuldades são do tipo :

- a. Utilização de Memória : apesar da matriz Jacobiana  $J^{-1}$  ser esparsa, a sua inversa  $S3$  e  $S41$  obtidas a partir da matriz  $S^{-1}$  são densas, exigindo grande utilização de memória.
- o. Erros Numéricos além de consumir tempo computacional, o processo de inversão pode acumular erros numéricos na obtenção

das matrizes.

A não consideração dos custos de investimentos em novas fontes de reativos faz com que a aplicação desse modelo seja mais adequada ao planejamento da operação, onde trata-se apenas da redistribuição ótima da potência reativa existente no sistema, de custo zero. O Cap. 3 a seguir apresenta o MODELO 2, que considera esses custos, adequando-se ao planejamento da expansão.

## CAPÍTULO 3

MODELO 2 DE OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE  
POTÊNCIA REATIVA NO SISTEMA

## 3.1 - INTRODUÇÃO

Esse modelo faz uma análise mais rigorosa do custo anual envolvido no planejamento da distribuição ótima de potência reativa, incorporando na função objetivo a ser minimizada, a parcela referente aos custos de investimentos em novas fontes de reativo. Portanto, o MODELO 2 minimiza o custo anual total do sistema, composto pelos custos de perda de potência ativa na transmissão e de investimento em novas fontes de reativo.

A função objetivo deverá ser minimizada satisfazendo simultaneamente as restrições de limites sobre as variáveis de controle, ou seja, taps dos transformadores com LTC, tensões terminais dos geradores e potência reativa das fontes chaveáveis ou controláveis; e as restrições de desempenho da rede, que são os limites de potência reativa dos geradores e limites sobre as tensões nas barras de carga. Essas restrições foram apresentadas no Cap. 1 através das desigualdades C1.13 e C1.22).

A formulação matemática desse modelo é baseada sobre as equações do fluxo de carga. As restrições de desempenho da rede, linearizadas, são obtidas a partir de todos os elementos da matriz Jacobiana  $J_1$  apresentada no Apêndice A, equações CA.24} a CA. 275, e matrizes de sensibilidade adicionais.

Selecionada a barra  $l$  como a barra de referência, minimizar a perda de potência ativa na transmissão equivale a minimizar  $P^l$ , a injeção de potência ativa nesta barra. A consideração de que  $\Delta P^l$  equivale a  $\Delta P^l$  é válida apenas se os incrementos de potência ativa nas outras barras do sistema são iguais a zero, ou seja,  $\Delta P^h = 0$  para  $h=2, 3, \dots, N$ .

$K$

A validade da consideração feita acima pode ser verificada na equação C2.35 repetida abaixo :

$$P^l = \sum_{k=1}^N Y_{lk} P^k - P^l + P^2 + \dots + P^N$$

$k=i$

O problema de distribuição ótima da potência reativa é tratado nesse trabalho como um problema de PL, de forma que tanto a função objetivo quanto as restrições são linearizadas em torno de um ponto de operação definido por uma solução inicial de fluxo de carga desacoplado rápido. Portanto, a minimização da perda de potência ativa,  $P^l$ , é considerada como a minimização de  $\Delta P^l$ , o incremento de potência ativa injetada na barra de referência, nas equações linearizadas que descrevem o sistema.

Na formulação do problema, à matriz Jacobiana  $J_1$ , definida no Apêndice A, são acrescentadas as equações de injeção de potência ativa na barra de referência e injeções de potência reativa nas barras de geração. Na expansão da matriz Jacobiana são acrescentados os coeficientes de sensibilidade das injeções de potência nas barras em relação às tensões das barras de geração e aos taps dos transformadores com LTC, que passam a ser variáveis de decisão do problema.

A equação matricial C3.15 representa o sistema de equações com a expansão da matriz Jacobiana, onde os índices  $B, 3, \dots, M$  indicam barras de geração; os índices  $M+1, \dots, N$  indicam barras

de carga;  $\hat{I}H1$ ,  $\hat{I}N1$ ,  $\hat{I}L$ ) e  $[M1$  são as submatrizes da matriz Jacobiana  $\hat{I}J1$ ; e  $[A1$ ,  $CB1$ ,  $\hat{I}D1$ ,  $(E1$  e  $IF)$  são as submatrizes adicionais de sensibilidade definidas abaixo.

AP
$\hat{I}1$
AP
$\hat{I}2$
$\hat{A}P$
$\hat{I}N$
L

A		B
H	N	D
M	L	
E		F

$\Delta\theta_2$
$\vdots$
$\Delta\theta_N$
$\vdots$
$\Delta V_{M+1}$
$\vdots$
$\Delta V_N$
$\vdots$
$\Delta V_1$
$\vdots$
$\Delta V_M$
$\vdots$
$\Delta T$

X

C3.1D

3.2 - CALCULO DAS SUBMATRIZES ADICIONAIS DE SENSIBILIDADE

As submatrizes  $\hat{I}A1$  e  $\hat{I}B1$  descritas abaixo apresentam os coeficientes de sensibilidade da injeção de potência ativa na barra de referência, em relação às variáveis do problema. Essas submatrizes comporão a função objetivo e são definidas como :

$$[A1 = \begin{matrix} \begin{matrix} \frac{dP_i}{de} & \frac{dP_1}{ae} & \frac{\hat{O}P_i}{dv} & \frac{dP_{\hat{I}}}{dw} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 2 & N & M+1 & N \end{matrix} \end{matrix} \tag{C3.2D}$$

onde os termos  $dP^{\wedge}/de.$ ,  $i=2,N$ , são dados pela equação CA.24D; e os termos  $dP^{\wedge}/dv.$ ,  $J=M+\hat{I},N$ , são dados pela equação CA.25).

$$[B1 = \begin{matrix} \begin{matrix} \frac{dP}{av_i} & \frac{dP_i}{av_i} & \frac{dP}{dT} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ i & i & i \end{matrix} \end{matrix} \tag{C3.3)$$

onde os termos  $dP SQN$ ,  $i=i,M$ , são calculados através da equação CA.25D; e os termos  $dP^{\wedge}/dT$  são calculados através da equação



C3. 4D deduzida a seguir.

Considere-se as Figuras A. 2 e A. 3, representando um transformador com LTC, ligando as barras  $k$  e  $m$ . Seja  $Y'$  e  $Y^*$  as admitâncias próprias das barras  $k$  e  $m$ , excluída da matriz de admitâncias nodais a ligação  $k-m$ . As correções necessárias à matriz  $Y'$ , para levar em consideração o transformador com LTC são :

$$\begin{aligned}
 Y_{KM} &= -t_{KM} \cdot y_{KM} \\
 Y_{KK} &= Y'_{KK} + t_{KM}^2 \cdot y_{KM} \\
 Y_{MM} &= Y^*_{MM} + y_{KM}
 \end{aligned}$$

Equacionando os fluxos para as barras  $k$  e  $m$ , resulta :

$$\begin{aligned}
 P_K &= V_K^2 \cdot C_{t^2} \cdot q_{KM} + G^*_{KK} D + V_K \cdot V_M \cdot t_{KM} \cdot C_{-g_{KM}} \cdot \cos C_{S_{KM}} D + b_{KM} \cdot \text{sen} \hat{C}_{\hat{O}}_{DD} + \\
 &+ V_K \cdot r_{K1} \cdot V_{l1} \cdot C_{-g_{K1}} \cdot \cos \hat{C}_{\hat{O}}_{Kv} D + b_{K1} \cdot \text{sen} \hat{C}_{\hat{O}}_{DD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_M &= V_M^2 \cdot C_{g_{MM}} + G^*_{MM} D + V_M \cdot V_K \cdot t_{KM} \cdot C_{-g_{KM}} \cdot \cos C_{\hat{O}} D - b_{KM} \cdot \text{sen} C_{\hat{O}} DD + \\
 &+ \sum_{i=1}^N V_M \cdot r_{Mi} \cdot V_i \cdot C_{-g_{Mi}} \cdot \cos C_{\hat{O}}_{Mi} D + b_{Mi} \cdot \text{sen} \hat{C}_{\hat{O}}_{DD}
 \end{aligned}$$

$i = k, m$

$$\begin{aligned}
 Q_K &= V_K^2 \cdot C_{t^2} \cdot b_{KM} - B^*_{KK} D + V_K \cdot V_M \cdot t_{KM} \cdot C_{-g_{KM}} \cdot \text{sen} C_{\hat{O}} D - b_{KM} \cdot \cos \hat{C}_{\hat{O}} DD + \\
 &+ \sum_{i=1}^N V_K \cdot r_{K1} \cdot V_i \cdot C_{-g_{K1}} \cdot \text{sen} C_{\hat{O}}_{K1} D - b_{K1} \cdot \cos \hat{C}_{\hat{O}}_{DD}
 \end{aligned}$$

$i = k, m$

$$\begin{aligned}
 Q_M &= V_M^2 \cdot C_{b_{MM}} - B^*_{MM} D + V_M \cdot V_K \cdot t_{KM} \cdot C_{g_{KM}} \cdot \text{sen} \hat{C}_{\hat{O}} D - b_{KM} \cdot \cos \hat{C}_{\hat{O}} DD + \\
 &+ \sum_{i=1}^N V_M \cdot r_{Mi} \cdot V_i \cdot C_{-g_{Mi}} \cdot \text{sen} C_{\hat{O}}_{Mi} D - b_{Mi} \cdot \cos \hat{C}_{\hat{O}}_{DD}
 \end{aligned}$$

$i = k, ro$

Derivando-se as equações acima em relação a  $t$ , obtém-se :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 2 \cdot t \cdot \frac{g}{KM} \cdot \frac{V}{KM} + \frac{V}{KM} \cdot \frac{V}{KM} \cdot C - g \cdot \frac{\cos C e}{KM} + b \cdot \frac{\sin C e}{KM} \quad C3.4)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 2 \cdot t \cdot \frac{b}{KM} \cdot \frac{V}{KM} - \frac{V}{KM} \cdot \frac{V}{KM} \cdot C g \cdot \frac{\sin C 0}{KM} + b \cdot \frac{\cos C 0}{KM} \quad C3.5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{V}{KM} \cdot \frac{V}{KM} \cdot C g \cdot \frac{\cos C a}{KM} + b \cdot \frac{\sin C S}{KM} \quad C3.6D)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{V}{KM} \cdot \frac{V}{KM} \cdot C g \cdot \frac{\sin C \hat{O}}{KM} - b \cdot \frac{\cos C t 9}{KM} \quad IO \quad C3.7}$$

A variável  $t$  não é uma variável nodal da mesma forma que as tensões e, por isso, os termos  $\frac{\partial P}{\partial t}$  e  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  são nulos para  $i \neq k, m$ .

í D1 =	$\frac{dP}{dt}$	$\frac{dP}{dt}$	$a_p$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dV}{dt}$	$\frac{dV}{dt}$	$a_v$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dP}{dt}$	$\frac{dP}{dt}$	$a_p$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dQ}{dt}$	$\frac{dQ}{dt}$	$a_q$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dV}{dt}$	$\frac{dV}{dt}$	$a_v$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dP}{dt}$	$\frac{dP}{dt}$	$a_p$	$\frac{1}{2}$

C3.8}

Os termos  $\frac{\partial P}{\partial V}$  são calculados pela equação CA.25}; os termos  $\frac{dQ}{dt}$  são calculados pela equação CA.27}; e os termos  $\frac{\partial P}{\partial t}$  e  $\frac{\partial Q}{\partial t}$  são calculados pelas equações C3.4) a C3.7).

I El =	$\frac{dP}{dt}$	$\frac{dP}{dt}$	$a_p$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dQ}{dt}$	$\frac{dQ}{dt}$	$a_q$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dV}{dt}$	$\frac{dV}{dt}$	$a_v$	$\frac{1}{2}$

C3.9D

Os termos  $dQ/dQ$  são calculados pela equação CA.265j os termos  $dQ/dV$  são calculados através da equação CA.275.

	$\frac{dQ}{dQ}$	$dQ$
i	M	$\tilde{\sigma}T^i$
$\wedge M$		
av	M	
i		

Os termos  $dQ/\hat{O}V$  são calculados pela equação CA.275; e os termos  $dQ/\tilde{\sigma}T$  são calculados pelas equações C3.55 e C3.75.

### 3.3 - REPRESENTAÇÃO DE CARGAS VARIÁVEIS COM A TENSÃO

A representação de cargas por injeções constantes de potência ativa e reativa nem sempre corresponde ao comportamento real do sistema. A rigor, a modelagem de todas as cargas por injeções de potência constante só seria inteiramente correta se os módulos das tensões nodais das cargas permanecessem iguais aos respectivos valores nominais. A modelagem por potência constante, independente da tensão, é, em geral, mais crítica que a modelagem por impedância constante, onde a carga varia com o quadrado do módulo da tensão.

A perda do sistema é reduzida pela variação do perfil das tensões, através do controle da distribuição da potência reativa no sistema, o qual também alterará as potências recebidas pelas cargas. Portanto, é importante considerar as variações das cargas com a mudança do perfil das tensões. Uma representação geral para cargas ativas e reativas é dada pelas equações C3.115 e C3.125 abaixo :

$$P_{K}^{*b*} = C_a + b \cdot V + c \cdot V^2 \cdot P^{*b*} \quad (C3.11)$$

$$Q_{K}^{*b*} = C_q + b \cdot V + c \cdot V^2 \cdot Q^{*b*} \quad (C3.12)$$

onde  $C_a + b + c$  - é de forma que, para  $V = 1.0$  pu as cargas  $P_{K}^{*b*}$  e  $Q_{K}^{*b*}$  assumem os valores nominais  $P_{K}^{*b*}$  e  $Q_{K}^{*b*}$

As três parcelas das equações (C3.11) e C3.12) representam, respectivamente, cargas tipo potência constante, corrente constante e impedância constante. Cargas tipo corrente constante constituem-se numa pequena parcela da carga total e portanto não são consideradas nesse trabalho. A parcela da carga tipo impedância constante é considerada como uma admitância em paralelo na barra,  $Y_{KK}$ . A formulação necessária, imediatamente dedutível, resume-se a :

$$Z_c = \frac{K}{S_c} \cdot K$$

onde :

$$S_c = c \cdot P_{Kp} - Jc \cdot Q_{Kq}$$

Para tensão nominal,  $v_{Kp} = 1.0$  pu, a admitância em paralelo correspondente é dada por :

$$Y_{KK} = G_{KK} + JB_{KK} = c \cdot P_{Kp} - Jc \cdot Q_{Kq} \quad (C3.13)$$

O valor nominal da potência transformada em impedância constante, obviamente, deve ser subtraído dos vetores de injeções de potência ativa e reativa.

### 3.4 - CONSIDERAÇÕES E APRESENTAÇÃO DO MODELO 2 COMPLETO

O despacho da potência ativa no sistema também é controlável e tem uma forte influência sobre o fluxo da potência reativa. Geralmente, o despacho da potência ativa é dominado por objetivos econômicos, disponibilidade de geração local ou outras restrições.

O nosso sistema gerador tem características predominantemente hidráulicas, e o problema do despacho econômico não recebe ainda a devida ênfase, de suma importância em sistemas cuja alimentação é integrada também por usinas térmicas.

O problema de despacho ótimo da potência ativa é considerado por outros algoritmos antes do despacho ótimo da potência reativa. Portanto, o estado do sistema com o despacho ótimo da potência ativa é o ponto de partida para o algoritmo de despacho ótimo da potência reativa. Partindo-se desse ponto, espera-se que os ângulos das tensões nodais permaneçam praticamente constantes em cada iteração do processo de otimização, e que os incrementos de potência ativa,  $\Delta P$ , sejam nulos em todas as barras do sistema, exceto na barra de referência.

Se, numa barra de carga qualquer, a fonte de reativo é chaveável ou controlável, o incremento de injeção de potência reativa nessa barra é variável. Caso uma barra de carga não disponha de fonte de reativo ou a potência reativa injetada pela fonte dessa barra é especificada num valor fixo, o incremento de potência reativa nessa barra,  $\Delta Q$ , deve ser zero.

Portanto, os vetores de incrementos de potência ativa e reativa (nas barras de carga) são escritos conforme C3.14D, onde  $\mathcal{O}$  significa o conjunto de todas as barras de carga com fontes de reativo chaveáveis ou controláveis. Vale ressaltar que os índices dessas barras estão distribuídos aleatoriamente entre  $1$  e  $N$ , mas, por simplicidade de apresentação, na equação C3.14D essas barras são indicadas no final do vetor pelo índice  $a$ .

AP	0
AP <sup>2</sup>	0
AP <sub>N</sub>	0

C3.145

A variável AP<sup>^</sup> da equação C3.15 representa o incremento de potência ativa na barra de referência, equivalente ao incremento de perda ativa no sistema, AP<sup>^</sup>, mantendo-se os incrementos de potência ativa nas barras 2,3,... ,N iguais a zero.

Esse modelo incorpora na sua função objetivo uma parcela referente aos custos de investimento em novas fontes de reativo Cbancos de capacitores5. Para evitar o problema da oscilação numérica, descrito no Cap. 1, esse modelo trata separadamente os bancos de capacitores existentes dos bancos novos que possam vir a serem instalados.

Com base nas observações acima, a partir das equações C3.15 a C3.145, pode-se estabelecer o seguinte modelo de PL para solução do problema de distribuição ótima de reativo.

Minimize :

$$FC = CP.A \quad CP.B \quad CR \quad x \quad \begin{matrix} AO \\ AO \\ ) \\ AV \\ M+1 \\ AV \\ N \\ "AV" \\ AV \\ M \\ AT" \\ AQN \end{matrix} \quad C3.155$$

sujeito a :

$$\begin{aligned}
 & \text{O} \quad \text{MIN} \qquad \qquad \qquad \text{AÖ} \qquad \qquad \qquad \text{O} \quad \text{MAX} \\
 & \text{O} \qquad \qquad \qquad \text{O} \qquad \qquad \qquad \text{AÖ} \qquad \qquad \qquad \text{O} \\
 & \text{"O"} \qquad \qquad \qquad \text{D} \qquad \qquad \qquad \text{AV}_{M>1} \qquad \qquad \qquad \text{"O"} \\
 & \text{AQE} \qquad \qquad \qquad \text{AV} \qquad \qquad \qquad \text{AQE} \\
 & \text{ÄQ} \qquad \text{oi} \qquad \qquad \qquad \text{ÄQ} \qquad \qquad \qquad \text{ÄQ} \\
 & \text{AQ,} \qquad \qquad \qquad \text{AV} \qquad \qquad \qquad \text{AQ,} \\
 & \text{AO}^M \qquad \qquad \qquad \text{AV}^M \qquad \qquad \qquad \text{AO}^M \qquad \qquad \qquad \text{C3.16)} \\
 & \text{A6} \qquad \qquad \qquad \text{AT} \qquad \qquad \qquad \text{AÖ} \\
 & \text{ÄV}^N \qquad \qquad \qquad \text{AQN} \qquad \qquad \qquad \text{ÄV}^N \\
 & \text{AV}^{M+1} \qquad \qquad \qquad \text{AV}^M \qquad \qquad \qquad \text{AV}^M \\
 & \text{AV} \qquad \qquad \qquad \text{AV} \qquad \qquad \qquad \text{AV} \\
 & \text{ÄV} \sim \qquad \qquad \qquad \text{ÄV} \sim \qquad \qquad \qquad \text{ÄV} \sim \\
 & \text{AV} \qquad \qquad \qquad \text{AV} \qquad \qquad \qquad \text{AV} \\
 & \text{M} \qquad \qquad \qquad \text{M} \qquad \qquad \qquad \text{M} \\
 & \text{AT} \qquad \qquad \qquad \text{AT} \\
 & \text{AQN} \qquad \qquad \qquad \text{AQN} \quad \alpha
 \end{aligned}$$

onde:

CP fator de conversão de perda em MW para custo anual, dado pela fórmula :

$$\text{CPCS/MW. ano)} = \text{Fcttor de F'erd} \cdot 31'60' \cdot \text{Custo Geração} \quad \text{C3.17)} \\
 \text{Ch)} \quad \text{C\$/MWh. ano)}$$

[CR] vetor de custo unitário de investimento anual em novas fontes de reativo (C\$/MVAP. ano),

[I] matriz identidade.

$$\text{í A0]MIN} = -\infty$$

$$\text{[ A0]MAX} = +\infty$$

$$\text{[AQE]} + \text{í AQN} \cdot 1$$

[AQE]<sup>1</sup> - vetor de incrementos de reativos de fontes existentes nas barras  $\alpha$

í AQN, I - vetor de incrementos de reativos de fontes novas nas barras a.

Os vetores de limites máximo e mínimo da equação C3.16D são determinados da forma abaixo :

a. Variáveis Dependentes :

MIN	MIN	CAL
$\frac{AV \cdot M+1}{N}$	$\frac{\% k,}{N}$	$\frac{k.}{N}$
MAX	MAX	CAL
$\frac{^M AV}{N}$	$\frac{K}{N}$	$\frac{Q; 1}{N}$

C3. 18D

ò. Variáveis de Controle :

MIN	MIN	CAL
$\frac{AV \cdot i}{AT^M}$	$\frac{V : 1}{T^M}$	$\frac{V : 1}{t^M}$
MAX	MAX	CAL
$\frac{AV \cdot i}{AT^M}$	$\frac{V : 1}{T^M}$	$\frac{V : 1}{T^M}$

C3. 19)

Se, 
$$\frac{101}{a} < [Q]^{CAL} < \frac{IQE \ 1}{a}$$

MIN                      CAL

$$\frac{1}{a} \frac{IAQN}{a}^{MAX} = \frac{1}{a} \frac{IAQN}{a}^{MIN} = \frac{101}{a}$$

$$\frac{1}{a} \frac{IAQN}{a}^{MAX} = [QM \ J - IQE \ J]$$

C3. 20)



Se,  $\dot{I}QE \ 1 < IQ \ 1^{CAL} < \dot{I}QM \ 1$

$$\begin{aligned}
 t_{AQE} \ 1^{MIN} &= - (QE \ 1 \\
 &\quad \circ \quad a \\
 [AQE]^{MAX} &= \dot{I}01 \quad \quad \quad C3.21) \\
 IAQN \ )^{MIN} &= IQ_e \ 1 - IQ \ )^{CAL} \\
 &\quad a \quad ct \quad a \\
 (AQN \ 1^{MAX} &= IQM \ J - IQ \ J^{CAL} \\
 &\quad a \quad a \quad cu
 \end{aligned}$$

onde  $\dot{I}QE^A$  e  $\dot{I}QM^A$  são, respectivamente, os vetores de potência reativa existente e potência reativa máxima C existente + nova D das barras candidatas à instalação de bancos de capacitores, barras a.  $[Q]$  é o vetor de potência reativa dos bancos de capacitores considerado na solução do fluxo de carga utilizada na linearização das equações.

Como o processo de separação das variáveis dependentes e independentes é dispensável para a otimização usando PL, o MODELO 2, ao contrário do MODELO 1, não separa as variáveis dependentes de um lado da equação e as variáveis de controle do outro, e por isso evita inversões de matrizes.

A separação das variáveis possibilita a redução da matriz de restrições, mas, em contrapartida, a matriz resultante é densa, devido ao processo de inversão e requer a utilização de uma parcela considerável de memória para armazenamento dos elementos.

A não inversão de matrizes constitui-se na grande vantagem do modelo, evitando a propagação de erros numéricos no processo de inversão e proporcionando grande economia de memória através da exploração da esparsidade da matriz de restrições.

Na equação C3.16) todas as submatrizes são esparsas, ou seja, apresentam um número muito grande de elementos nulos. Portanto, a não redução da dimensão da matriz de restrições é bem compensada pela economia de tempo e ganho em precisão com a não inversão de matrizes e principalmente pela considerável economia de memória com a exploração da esparsidade das submatrizes de restrições do modelo (Torres, G.L., Pontes, M.J. e Carvalho, M.A., 1990).

A barra de referência deverá ser introduzida no vetor  $\mathbf{I}^{AQ}$ ,  $K$   
 $h=1,2, \dots, M$ . Caso contrário, essa barra injetaria ou absorveria uma quantidade excessiva de potência reativa. Por outro lado, se algumas barras de geração operam com valores fixos de tensões, essas barras poderão ser omitidas do vetor  $\mathbf{I}^{AV}$ ,  $h=1,2, \dots, M$ ,  
 $K$   
 reduzindo assim a dimensão da matriz de restrições. A barra de referência poderá ou não ser incluída nesse vetor.

O ponto inicial do processo iterativo de solução é uma solução de fluxo de carga desacoplado rápido. É desejável que esta solução não esteja tão distante da solução ótima. Para os primeiros anos do período de planejamento esta solução pode ser obtida sem maiores dificuldades. Para planejamento a longo prazo poderão existir algumas dificuldades de convergência de uma solução do fluxo de carga.

Determinados os valores ótimos de incrementos, as variáveis de controle são modificadas, definindo-se um novo estado do sistema. Estas variáveis são atualizadas da seguinte forma :

$$\begin{bmatrix} V \\ \vdots \\ V \\ \vdots \\ V \\ \vdots \\ T \end{bmatrix}^{NOVO} = \begin{bmatrix} V \\ \vdots \\ V \\ \vdots \\ V \\ \vdots \\ T \end{bmatrix}^{ANT} + \begin{bmatrix} \Delta V \\ \vdots \\ \Delta V \\ \vdots \\ \Delta V \\ \vdots \\ \Delta T \end{bmatrix}^{OTI} \tag{C3.225}$$

$$\mathbf{I}^{Qa} \text{ NOVO} = \mathbf{I}^{Qa} \text{ ANT} + \mathbf{I}^{AQE} \text{ OTI} + \mathbf{I}^{AQN} \text{ OTI} \tag{C3.235}$$

Antes da execução de um novo fluxo de carga, os valores ótimos das injeções de potência reativa, equação C3.235, são convertidos em admitâncias em paralelo. Uma forma alternativa é considerar os bancos de capacitores como injeções de potencia reativa nas barras. Esta opção é analisada no Cap. 4.

Conforme discutido no final do Cap. 2, a perda de potência ativa na transmissão não varia linearmente em toda a faixa de valores das variáveis de controle, exceto na faixa referente às fontes de reativo CMamandur, K.R.C. e Chenoweth, R. D. , 19815. Portanto, o mesmo procedimento de solução adotado no MODELO 1, ou

seja, limitar a região de linearização, deve ser aplicado ao MODELO 2.

Quando o ponto de operação em torno do qual as equações serão linearizadas estiver distante do ponto da solução ótima, o problema poderá não ter uma solução viável, ou a solução tenderá a convergir para uma solução ótima local mas não uma solução ótima global. Este problema poderá ser superado relaxando-se temporariamente as restrições sobre as variáveis controladas.

Observa-se, no conjunto de equações C3.193 a C3.213, representadas genericamente por  $IAX1 = lX1 - íX$  e  $íAX1^{MAX} = [XI^{MAX} - íX]^{CAL}$ , que as variáveis de controle, as quais são variáveis de decisão do modelo de PL, estão sujeitas a assumirem valores negativos. Conforme apresentado no Apêndice B, na formulação de um problema de PL as variáveis de decisão devem ser não-negativas, condição imposta pela restrição CB.33 da forma geral do problema de PL.

Por isso, é necessária uma transformação do sistema de coordenadas considerado, de tal modo que as novas variáveis de decisão atendam às condições de não-negatividade.

Esta exigência pode ser atendida efetuando-se a transformação de translação de eixos coordenados da equação C3.243, onde o vetor de decisão é escrito de forma simplificada, de modo que o índice inferior  $L$  significa barras de carga, e o índice  $G$  significa barras de geração.

$$\begin{array}{|l} \Delta\theta' \\ \Delta V'_L \\ \Delta V'_G \\ \Delta T' \\ \Delta QN'_\alpha \end{array} \quad \begin{array}{|l} \Delta\theta \\ \Delta V_L \\ \Delta V_G \\ \Delta T \\ \Delta QN_\alpha \end{array} \quad \begin{array}{|l} \Delta\theta \\ \Delta V_L \\ \Delta V_G \\ \Delta T \\ \Delta QN_\alpha \end{array} \quad \text{MIN}$$

C3. 24D

O vetor de incrementos mínimos é obtido a partir das equações C3.193 a C3.213. Escrevendo a equação (3.243) na forma :

$$\begin{array}{|l} \hline \mathbf{AQ} \\ \hline AV \\ \quad L \\ AV \\ \quad \mathbf{a} \\ AT \\ AQN \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|l} \hline \mathbf{A6'} \\ \hline AV \\ \quad L \\ AV \\ \quad \mathbf{a} \\ AT^* \\ AQN; \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{array}{|l} \hline \mathbf{AO} \\ \hline AV \\ \quad L \\ AV \\ \quad \mathbf{a} \\ AT \\ AQN^{\wedge} \\ \hline \end{array}
 \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \text{MIN} \end{matrix}$$

C3. 25D

e substituindo-a nas equações C3.15D e C3.16), o MODELO 2 passa a ser escrito na seguinte forma matricial simplificada :

Minimize :

$$\text{FC} = \text{CP. A CP. B} \begin{array}{|c} \hline \mathbf{CR} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|l} \hline \Delta\theta' \\ \Delta V' \\ \quad L \\ \hline \Delta V' \\ \quad \mathbf{a} \\ \Delta T' \\ \hline \Delta QN' \\ \quad \alpha \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|l} \hline \text{CP. A CP. B} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c} \hline \mathbf{CR} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|l} \hline \Delta\theta \\ \Delta V \\ \quad L \\ \hline \Delta V \\ \quad \mathbf{a} \\ \Delta T \\ \hline \Delta QN \\ \quad \alpha \\ \hline \end{array}
 \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \text{MIN} \end{matrix}
 \quad \text{C3. 26 )}$$

sujeito a :

$$\begin{array}{|l} \hline \Delta P' \\ \Delta Q' \\ \Delta Q_{E'} \\ \quad \alpha \\ \hline \Delta Q' \\ \quad \mathbf{a} \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \end{array}
 \begin{matrix} \text{MIN} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}
 \quad
 \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ -I \\ 0 \end{matrix}
 \times
 \begin{array}{|l} \hline \Delta\theta' \\ \Delta V' \\ \quad L \\ \hline \Delta V' \\ \quad \mathbf{a} \\ \Delta T' \\ \hline \Delta QN' \\ \quad \alpha \\ \hline \end{array}
 \quad
 \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ < \\ \\ \\ \\ \end{matrix}
 \begin{array}{|l} \hline AP^* \\ AQ^* \\ AQ_{E'} \\ \quad \mathbf{a} \\ \hline \mathbf{AO'} \\ AV \\ \quad L \\ AV \\ \quad \mathbf{a} \\ AT^* \\ AQN' \\ \quad \mathbf{a} \\ \hline \end{array}
 \begin{matrix} \text{MAX} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}
 \quad \text{C3. 27 )}$$

onde :

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P' \\ \hline \Delta Q' \\ \hline \Delta Q_{E'}'_{\alpha} \\ \hline \Delta Q'_{G'} \\ \hline \end{array} \text{MIN} \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \Delta Q_{E'}'_{\alpha} \\ \hline \Delta Q'_{G'} \\ \hline \end{array} \text{MIN} \quad
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & 0 \\ \hline J & D & 0 \\ \hline E & F & -I \\ \hline & & 0 \\ \hline \end{array} \quad
 \begin{array}{l} A8 \\ AV_i \\ AV_i \\ \Delta T \\ AQN^a \end{array} \text{MIN} \quad C3. 285$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \Delta P' \\ \hline \Delta Q' \\ \hline \Delta Q_{E'}'_{\alpha} \\ \hline \Delta Q'_{G'} \\ \hline \end{array} \text{MAX} \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \Delta Q_{E'}'_{\alpha} \\ \hline \Delta Q'_{G'} \\ \hline \end{array} \text{MAX} \quad
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & 0 \\ \hline J & D & 0 \\ \hline E & F & -I \\ \hline & & 0 \\ \hline \end{array} \quad
 \begin{array}{l} A0 \\ AV_L \\ AV_L \\ \Delta T \\ AQN \end{array} \text{MIN} \quad C3. 293$$

$$\begin{array}{|c|} \hline A9' \\ \hline AV \\ \hline AV^L \\ \hline AT' \\ \hline AQN^a \\ \hline \end{array} \text{MAX} \quad
 \begin{array}{|c|} \hline A9 \\ \hline AV \\ \hline AV^L \\ \hline AT \\ \hline AQN^a \\ \hline \end{array} \text{MAX} \quad
 \begin{array}{|c|} \hline A0 \\ \hline AV \\ \hline AV^L \\ \hline AT \\ \hline AQN \\ \hline \end{array} \text{MIN} \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 9 \\ \hline V \\ \hline V^L \\ \hline T \\ \hline \end{array} \text{MAX} \quad
 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline V \\ \hline V^L \\ \hline T \\ \hline \end{array} \text{MIN} \quad C3. 305$$

Considerando que  $[\Delta P']^{MIN} = [\Delta P']^{MAX}$  e  $[\Delta Q']^{MIN} = [\Delta Q']^{MAX}$ , o MODELO 2 completo, com a translação do sistema de eixos coordenados considerado, implementado computacionalmente, pode ser escrito como :

Minimize :

$$FC = CP.A \quad CP.B \quad CR \quad \times \quad \begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta' \\ \hline \Delta V'_{L'} \\ \hline \Delta V'_{G'} \\ \hline \Delta T' \\ \hline \Delta Q_{N'}'_{\alpha} \\ \hline \end{array} \quad
 CP.A \quad CP.B \quad CR \quad \times \quad \begin{array}{|c|} \hline \Delta \theta \\ \hline \Delta V_L \\ \hline \Delta V_G \\ \hline \Delta T \\ \hline \Delta Q_{N\alpha} \\ \hline \end{array} \text{MIN} \quad C3. 315$$

sujeito a :

J1	D1	0
----	----	---

J2	D2	-I
E	F	0

J2	D2	-I
E	F	0

I
---

I
---

X

$\Delta\theta'$
$\Delta V'_L$
$\Delta V'_g$
$\Delta T'$
$\Delta Q_N'_{\alpha}$

AP» MAX

Acr

AQE'<sub>a</sub> MAX

AQE'<sub>α</sub> MIN

AQ'<sub>a</sub>

$\Delta\theta'$	MAX
$\Delta V'_L$	
$\Delta V'_g$	
$\Delta T'$	
$\Delta Q_N'_{\alpha}$	

C3. 32)

0
0
0
0
0

onde as submatrizes IJ11 e IJ21 compõem a matriz [J1 e da mesma forma, as submatrizes [D1) e ID21 compõem a matriz IDJ, da equação C3.27D.

Resolvendo o problema de PL dado pelas equações C3.31D e C3.32D, o novo vetor de decisão é obtido e, através da equação C3.2SD, obtém-se, pela transformada inversa, o vetor de decisão original que é a solução ótima do problema formulado pelas equações C3.15D e C3.16Z).

A segunda parcela da função objetivo, representada pela equação C3.31D, é uma constante e pode ser omitida da equação sem alteração da solução ótima do problema. Todavia, seu valor deverá ser considerado na composição final do custo total envolvido no plano ótimo de alocação de reativos.

3.5 - MODELO 2 REDUZIDO

Ignorando-se os vetores  $\hat{I}AP1$  e  $[At91$  nas equações C3.15) e C3.16), pode-se obter o modelo reduzido formulado pelas equações C3.33) e C3.34.)", utilizando menos memória, porém, aumentando o número de iterações na solução. O modelo reduzido pode ser aplicado na solução de sistemas maiores devido à redução da dimensão da matriz de restrições praticamente à metade.

Como esse modelo apresenta iterações mais rápidas que o modelo completo, pode-se utilizar o modelo reduzido nas iterações iniciais, melhorando o ponto de linearização, para utilizar o modelo completo, de melhor convergência, nas iterações seguintes.

Minimize :

$$FC = CP \cdot A' \quad CP \cdot B \quad CR \quad \begin{matrix} AV \\ L \\ AV \\ a \\ AT' \\ AQN' \\ a \end{matrix} \quad CP \cdot A \gg \quad CP \cdot B \quad CR \quad x \quad \begin{matrix} AV \\ AV \\ Q \\ AT \\ AQN \end{matrix} \quad \text{MIN} \quad \text{C3.33)}$$

sujeito a :

J1 •			<u>D1 * IO</u>			AQ'	MAX	
J2'	D2	-I				AOJE'	MAX	
E'	F	0				AQ' a		
J2*	D2	-I				AQE'	MIN	
E*	F	0				AQ* a		
I			AV L AV a AT* AQN' cá	AQ'	MAX	$\Delta V'_L$ $\Delta V'_a$ $\Delta T'$ $\Delta QN'_\alpha$		C3.34)

onde  $\hat{J}_1^{1 \times 1}$ ,  $\hat{J}_2^{2 \times 1}$ ,  $\hat{E}^{1 \times 1}$  e  $\hat{D}_1^{1 \times 1}$  são, respectivamente, submatrizes das matrizes  $[J]_{11}$ ,  $[J]_{21}$ ,  $[E]_{11}$  e  $[D]_{11}$ .

Tanto no modelo completo quanto no reduzido, além do teste de convergência das equações de fluxo de carga, torna-se necessário verificar se é possível reduzir ainda mais a perda ativa, ou seja, testar se a diferença entre a perda de uma iteração qualquer e o menor valor de perda até então encontrado é inferior a uma tolerância especificada. Devido à não imposição de incrementos nulos de potência ativa nas barras  $2, 3, \dots, N$ , no modelo reduzido a convergência da perda é relativamente lenta.

Caso ocorra a violação de um ou ambos os critérios, efetua-se novas iterações, linearizando as equações do problema em torno do ponto de operação definido na iteração anterior. O processo iterativo de solução dos modelos matemáticos apresentados acima é discutido no Cap. 4 a seguir.

### 3.6 - CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou o MODELO 2 de distribuição ótima da potência reativa em redes elétricas. Baseado na mesma formulação matemática, foram apresentados os modelos completo e reduzido, sendo ambas as formulações implementadas computacionalmente.

O modelo reduzido permite a análise de sistemas maiores, porém, envolvendo maior número de iterações. Esse modelo pode ser utilizado nas iterações iniciais, para melhorar o ponto inicial de linearização do modelo completo que possui características melhores de convergência, devido à imposição de incrementos nulos de potência ativa nas barras.

O Cap. 4 apresenta as principais etapas do algoritmo de distribuição ótima da potência reativa, empregando o MODELO 2 completo e reduzido.



Ir

il

## CAPÍTULO 4

## ALGORITMO DE DISTRIBUIÇÃO ÓTIMA DA POTÊNCIA REATIVA

-II

## 4.1 - INTRODUÇÃO

Na solução de um problema de programação não-linear CPNLD, formulado por um modelo de PL, através da linearização de todas as equações envolvidas em torno de um ponto de operação, é desejável que o ponto de linearização destas equações esteja não muito distante da solução ótima.

Quando o ponto de linearização não está próximo da solução ótima, podem ocorrer problemas na otimização como soluções inviáveis em problemas que tem soluções viáveis, ou convergência para uma solução ótima local e não global. Portanto, quanto mais na vizinhança do ponto ótimo estiver o ponto de linearização, melhores serão as características de convergência.

Na solução do problema não-linear da distribuição ótima da potência reativa, formulado como um problema de PL através dos modelos apresentados nos Caps. 2 e 3, o ponto de linearização é uma solução inicial do fluxo de carga pelo método desacoplado rápido CFCDRD.

A seção 4.2 a seguir propõe uma análise de sensibilidade para escolha do conjunto  $o^*$  de barras de carga para possíveis instalações de bancos de capacitores. Juntamente com um procedimento de solução inicial do fluxo de carga que procura obter um ponto inicial de linearização próximo do ponto de solução ótima.

#### 4.2 - SOLUÇÃO INICIAL DO FCDR PARA LINEARIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES

A solução inicial do FCDR para linearização das equações, na primeira iteração Simplex do processo iterativo de solução, divide-se basicamente nas duas etapas seguintes

- a. Cálculo dos índices de sensibilidade das barras de carga á injeções de potência reativa, e conseqüentemente a indicação do conjunto  $ot$  de barras para alocação de bancos de capacitores;
- è. Simulação, na solução inicial do FCDR, do conjunto  $ca$  de barras de carga escolhidas para alocação de bancos de capacitores como barras de geração.

##### 4.2.1 - CÁLCULO DOS ÍNDICES DE SENSIBILIDADE

A escolha do conjunto  $cx$  de barras baseia-se num índice de sensibilidade apresentado na referencia CLee, T.H. e outros, 1985), cujos passos de cálculo são demonstrados abaixo.

Suponha que a admitância de um ramo entre as barras  $h$  e  $m$  varie de um valor  $Ay$ . O método da compensação proposto por Tinney CALsaç, O., Stott, B. e Tinney, W.F., 1983) pode ser aplicado para determinar a solução do sistema de equações modificado  $C1Y^01+1AY).IV]=[I^0J$  sem ter que refatorar a nova matriz de admitâncias  $IY'1=1Y 1+1AY1$ . O método da compensação é explicado analisando-se a rede como uma rede equivalente de Thévenin, mostrada na Figura 4.1-Ca).

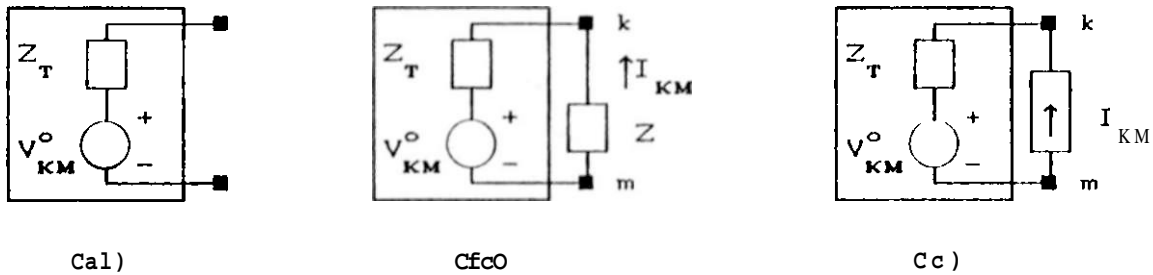


FIGURA 4.1 -Método de Compensação vrbto como Equival\*nl» Th^v\*riin

A tensão de circuito aberto  $V^o_{KM}$  o índice superior  $CD$  significa valor original  $D$ , para a condição original da rede sem qualquer adição de ramo, é :

onde  $V^o_K$  e  $V^o_M$  são elementos de  $|V^o|$ , que por sua vez é obtido através de operações equivalentes de eliminações e substituições com os fatores triangulares LDU da matriz  $Y^o$ , sobre o vetor de correntes  $I^o$ ).

$$V_{KM}^o = V_K^o - V_M^o \tag{C4.1D}$$

Injetando-se uma corrente unitária entre os nós  $k$  e  $m$ , um novo vetor de tensões  $[V^{k,m}]$  o índice superior  $C^{k,m}$  significa a solução da equação  $[Y] \cdot [V] = [I]$  com a injeção unitária de corrente entre as barras  $k$  e  $m$  pode ser obtido eficientemente através de operações equivalentes, rápidas, de eliminações e substituições, Tinney, W. F. e outros, 1985; Chan, S. M. e Brandwajn, V., 1986; Torres, G. L., Pontes, M. J. e Carvalho, M. A., 1990. A impedância equivalente de Thévenin,  $Z^{\wedge}$ , é dada por :

$$Z = Z_T \cdot J^{k,m} = V^{k,m} - V^{m,k} \tag{C4.2D}$$

onde  $V^{k,m}$  e  $V^{m,k}$  são elementos do vetor  $I V^{k,m} J$ .

O valor escalar da corrente  $I_{KM}$  circulando em uma impedância  $Z$  conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , como mostrado na Figura 4.1-CbD, pode ser calculado como :

$Z = 1/Y_{km}$ , conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , como mostrado na Figura 4.1-CbD, pode ser calculado como :

$$I_{KM} = \frac{-V}{Z_T + Z} \quad \text{C4.3D}$$

Pelo teorema da compensação, a substituição da impedância  $Z$  pela fonte de corrente  $I_{KM}$ , conforme mostrado na Figura 4.1-Ce), não afeta a tensão  $V^0$  entre as barras  $k$  e  $m$ , ou seja, a corrente  $I_{KM}$  tem o mesmo efeito sobre a rede, que a impedância  $Z$ .

O novo vetor de tensões nodais  $\hat{V}$ , devido à adição do elemento  $A_y$  entre as barras  $k$  e  $m$ , é :

$$\hat{V} = [V^0] + I_{KM} \cdot [V^{k-m}] \quad \text{C4.4D}$$

A partir das equações deduzidas acima, pode-se calcular as reatâncias capacitivas necessárias à manutenção das tensões em valores especificados. A partir desses valores de reatâncias, determina-se quais as barras mais efetivas na alocação de bancos de capacitores.

Tomando a barra  $m$  como a barra de referência nas equações C4.3) e C4.4D, obtém-se :

$$V_{KO} = V_{KO}^0 - \frac{V_{KO}^0}{Z_T + Z} \cdot Z = V_{KO}^0 \frac{Z}{Z_T + Z} = \frac{Z}{Z_T + Z} \cdot V_{KO}^0 \quad \text{C4.5D}$$

Considerando-se que  $R \ll X$ , então  $Z = jX$  e  $Z \sim -jX$ . A equação C4.5) torna-se

$$V_{KO} = \frac{-X}{X_T - X_C} \cdot V_{KO}^0 \quad \text{C4.6)}$$

Finalmente, um valor aproximado da reatância  $X_C$  na barra  $k$ , necessária para elevar a tensão  $V_{KO}$  para um valor mínimo especificado,  $V_{KO}^{MIN}$ , é dado por :

$$X_C = \frac{X}{\frac{V_{KO}^{MIN}}{V_{KO}^0} - 1} \quad \text{C4.7)}$$

onde  $V_{KO}^0$  é a tensão na barra  $k$  antes da adição da reatância  $X_C$  na

barra, obtida numa solução do fluxo de carga, e  $X^h$  é facilmente obtida através de operações equivalentes, rápidas, de eliminações e substituições com os fatores LDU da matriz  $[B^{-1}]$  do FCDR, sobre o vetor  $I_{II}$  com o elemento 1.0 na posição  $h$ .

Uma vez calculadas as reatâncias capacitivas necessárias para elevar as tensões das possíveis barras candidatas aos valores desejáveis ou mínimos especificados, pode-se determinar os vetores de incrementos nas tensões de todas as barras do sistema, devidos à adição de cada reatância na respectiva barra.

O vetor de incrementos de tensões devido à instalação da reatância  $X_{KO}$  na barra  $h$  é obtido a partir das equações C4.45 e C4.75 da seguinte forma :

$$[AV]_{KO} = [I V^{(0)}] \quad C4.85$$

onde

$$I_{KO} = \begin{bmatrix} -V^0 \\ X_{KO} \\ T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{KO} \\ C \end{bmatrix} \quad C4.95$$

A escolha final do conjunto  $\alpha$  de barras é feita através da análise do vetor dos índices do custo, CINDEK5, onde o M-ésimo elemento é determinado como :

$$CINDEK5 = \sum_{k=1}^n |AV_k| \quad C4.1G5$$

Considerando, nessa fase preliminar, que todas as barras apresentam o mesmo custo unitário do potência reativa, pode-se aproximar  $CUSTOCK5 \approx 1/X_{Ck5}$ .

#### 4.2.2 - ESCOLHA DAS BARRAS CANDIDATAS

Para economia de tempo computacional, o programa desenvolvido calcula o índice de sensibilidade apresentado acima apenas para as barras de carga com tensão inferior a um nível

máximo de tensão especificado pelo usuário.

Uma vez calculados os índices de sensibilidade, os mesmos são ordenados e apresentados em ordem decrescente, para que o usuário indique as barras onde poderão ser instalados bancos de capacitores. O usuário, como não poderia deixar de ser, tem também a opção de especificar barras para as quais não foram calculados índices de sensibilidade por estarem fora do nível especificado de tensão para cálculo.

#### 4.2.3 - CÁLCULO DO PRIMEIRO PONTO DE LINEARIZAÇÃO

Para se ter uma ideia da quantidade de potência reativa necessária em cada barra, na solução inicial do FCDR as barras candidatas a alocação de bancos de capacitores são simuladas como barras de geração com limites máximos de reativo iguais aos valores máximos de potência reativa dos bancos de capacitores que poderão ser alocados nessas barras. Os valores de potência reativa gerados nessas barras compõem o vetor  $IQ 1^{ca}$  das equações C3.20D e C3.21D do Cap. 3.

#### 4.3 - CUSTO DE PERDA ATIVA E DE NOVAS FONTES DE REATIVO

Conforme critérios de planejamento apresentados em CEletrobrás, 1086D, o critério básico para se avaliar o custo da perda na transmissão é que este represente, a cada instante, o custo marginal de expansão do sistema a montante.

O custo marginal de expansão é o custo do incremento na oferta de energia. O custo da energia a cada instante é igual ao custo marginal de expansão se o sistema está crescendo de forma ótima.

O custo marginal utilizado para o cálculo do custo da perda pode ser desmembrado em duas parcelas custo marginal de

expansão da energia,  $CME$  C\$/MWhD, e custo marginal de expansão da ponta,  $CMP$  CS/kWD. Para um melhor entendimento do significado desses custos, recomenda-se uma consulta a CEletróbrás, 1Q86D.

Segundo os critérios de planejamento consultados, o custo unitário anual de substituição da perda (C\$/kW.ano), para o período  $p$  de planejamento, é dado por :

$$CP_p = \frac{CMP}{P} \cdot FRCC_{i,n} + CME_p \cdot 8760 \cdot FP \cdot 10^{-3} \quad C4.11D$$

onde :

$CMP_p$  custo marginal de expansão da ponta no período  $p$  de planejamento, em C\$/kW.

$FRCC_{i,nD}$  - fator de recuperação do capital, dado por

$$FRCC_{i,rO} = \frac{1}{1 - (1+i)^{-n}} \quad C4.12D$$

$i$  taxa de atualização considerada.

$n$  vida útil total das instalações consideradas,

$CME_i$  custo marginal de expansão da energia no período  $p$  do planejamento, em C\$/MWh.

$FP$  fator de perdas, determinado a partir do fator de carga,  $FC$ , através da fórmula :

$$FP = 0.8 \cdot FC^2 + 0.2 \cdot FC \quad C4.13}$$

Na equação C4.11D acima, a primeira parcela corresponde ao custo unitário da perda de ponta em C\$/kW.ano, e a segunda parcela corresponde ao custo unitário da perda de energia em C\$/kW.ano.

Tendo em vista que as empresas podem não adotar este critério de cálculo do custo unitário anual da perda, no programa computacional implementando o MODELO 2, completo e reduzido, este custo é calculado através da equação C3.17D.

Portanto, ao adotar-se outra fórmula de cálculo, deve-se determinar um fator de perda CFPD e/ou um custo marginal de expansão de forma que a fórmula de cálculo utilizada pelo

programa, equação C3.173, signifique o mesmo custo unitário.

Uma vez que a função objetivo a ser minimizada representa o custo anual total do sistema, ou seja, o custo da perda na transmissão e o custo de investimento em novas fontes de potência reativa, então o custo da potência reativa que venha a ser adicionada ao sistema deverá ser expresso em termos de custo unitário de investimento anual C\$/MVar.ano).

#### 4.4 - PROCESSO ITERATIVO DE SOLUÇÃO

Como o problema de distribuição ótima da potência reativa é resolvido por um modelo linearizado das equações do sistema, o método necessita de um processo iterativo de solução, considerando que em modelos linearizados os resultados são satisfatórios apenas em uma certa região em torno do ponto de linearização.

No processo iterativo, após a solução do problema de PL, as variáveis de controle são modificadas conforme as equações C3.22D e C3.23D, definindo-se um novo estado do sistema. Na solução do fluxo de carga, o valor da potência reativa definido na equação C3.23Z) é transformado em uma admitância em paralelo equivalente.

Uma solução alternativa seria diminuir o valor da potência reativa calculado por C3.23D do vetor de injeções de reativo nas barras e, com isto, não seria necessária a refatorização da matriz  $[B^{-1}]$  do FCDR. Adotando-se tal procedimento deve-se levar em consideração as injeções devidas aos ajustes dos t.taps dos transformadores com LTC, uma vez que a variação dos taps afetam elementos da matriz  $[B^{-1}]$ .

Como a maior parte do tempo computacional envolvido na análise de um sistema é consumido no algoritmo Simplex de solução do modelo de PL, a economia de tempo obtida com a não refatorização da matriz  $[B^{-1}]$  a cada iteração torna-se significativa apenas na análise de sistemas de grande porte.



Uma vez definido um novo estado do sistema, uma nova solução de fluxo de carga é determinada, definindo-se assim o ponto de linearização para formulação do modelo de PL da iteração seguinte, caso seja necessária.

A Figura 4.2 apresenta o fluxograma do algoritmo de distribuição ótima da potência reativa. As etapas principais do processo de solução são descritas abaixo :

- a. Calcular o vetor de índices de sensibilidade,  $CINDEX$ , para escolha pelo usuário do conjunto de barras de carga para possíveis instalações de bancos de capacitores;
- fc>. Executar uma solução inicial de fluxo de carga pelo método desacoplado rápido (FCDR);
- c. Calcular os elementos da matriz de restrições;
- d. Determinar os vetores de limites máximos e mínimos através das equações C3.28D a C3.30);
- e. Formular o problema de PL dado pelas equações C3.31D e C3.32);
- /. Resolver o problema de PL para encontrar o vetor de decisão ótimo e, através da equação C3.25), determinar os ajustes ótimos das variáveis de controle;
- g. Executar uma solução de fluxo de carga;
- h. Verificar se as variáveis de decisão estão dentro dos limites. Se sim, ir para i. Se não, retorne para c;
- L. Se diferença de perda ativa for menor que a tolerância, fim. Se não, retorne para c.

Como todo processo iterativo de solução, um critério de convergência da solução do problema deve ser estabelecido. O critério adotado neste algoritmo para convergência da perda, é explicado nos itens abaixo :

- ct. Atribuir um valor muito grande à variável que conterá o valor da perda mínima encontrada e calcular a primeira solução de fluxo de carga;
- b. Executar uma iteração do problema de distribuição ótima da potência reativa, que inclui a solução do modelo de PL e uma solução de fluxo de carga;
- c. Se os valores de tensão das barras de carga, e a geração de

(INICIO^)

CALCULAR OS ÍNDICES DE SENSIBILIDADE E ESCOLHER O CONJUNTO DE BARRAS DE CARGA PARA INSTALAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

DETERMINAR UMA SOLUÇÃO INICIAL DE FLUXO DE CARGA DESACOPLADO RÁPIDO (FCDR)

»1

CALCULAR AS MATRIZES DE SENSIBILIDADE  $[A]$ ,  $[B]$ ,  $[C]$ ,  $(E)$ ,  $[I]$  E  $[J]$

↓  
-

DETERMINAR OS VETORES DE LIMITES MÁXIMOS E MÍNIMOS E FORMULAR O PROBLEMA DE PL PELAS EQUAÇÕES (3.31) E (3.32)

RESOLVER O PROBLEMA DE PL PARA DETERMINAR OS AJUSTES ÓTIMOS PARA AS VARIÁVEIS DE CONTROLE

EXECUTAR UMA SOLUÇÃO DE FLUXO DE CARGA

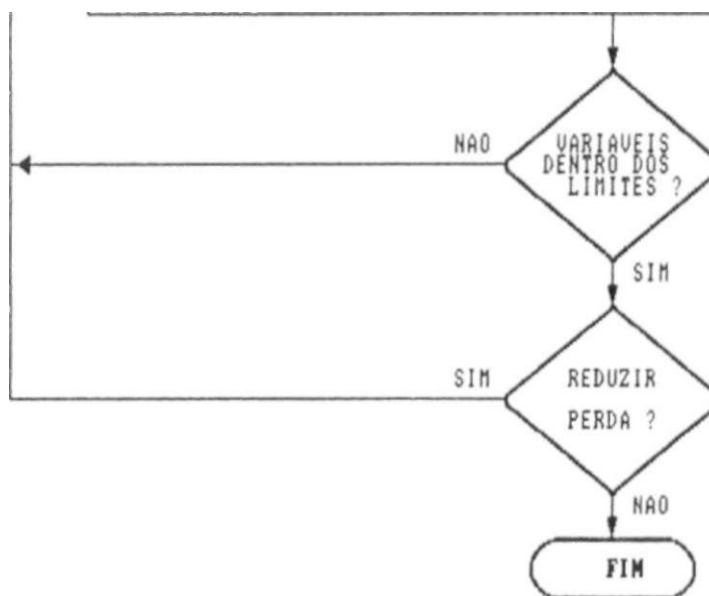


FIGURA 4.2 - Fluxograma de distribuição ótima de potência reativa

- reativos pelos geradores estiverem dentro dos limites especificados, ir para o passo d. Caso contrário, retorne para o passo b;
- d. Se o valor absoluto da diferença entre o valor atual da perda e a variável que contém o menor valor de perda até então encontrado, for menor do que a tolerância especificada, fim do processo iterativo. Caso contrário, ir para o passo e;
- e. A variável que contém a menor perda assume o menor dos valores; o que ela contém ou a perda atual. Sendo  $X$  esta variável,  $X = \text{Min } C X$ , Perda 3. Retornar para o passo ò;

#### 4.5 - PROCESSO DE DISCRETIZAÇÃO

Todas as variáveis de decisão do modelo de PL são tratadas como variáveis que assumem valores contínuos. No entanto, a potência reativa dos bancos de capacitores e taps dos transformadores com LTC assumem apenas valores discretos em situações reais.

No programa os taps dos transformadores são discretizados, no algoritmo de solução do fluxo de carga, pelos métodos usuais. A discretização dos valores ótimos da potência reativa alocada nas barras indicadas é realizada numa subrotina específica, onde são apresentados vários indicadores para a tomada de decisão exclusiva do usuário. Esse processo é exemplificado na análise do sistema DEESP 12 BARRAS, no Cap. 5.

#### 4.6 - CONCLUSÕES

Este capítulo descreveu brevemente as principais etapas do algoritmo de distribuição ótima da potência reativa. A aplicação deste algoritmo na análise dos sistemas descritos, no Cap. 5

apresentou resultados mais que satisfatórios.

Utilizou-se, na solução do modelo de PL, excelentes subrotinas de solução de problemas de PL, desenvolvidas por Land e Powell (Land, A. H. e Powell, S., 1979D), as quais zelam pela exatidão dos resultados obtidos. Dentre o conjunto de subrotinas citado, uma delas tem a função de verificar a precisão dos resultados encontrados, através de um processo de reinversão da matriz reduzida das variáveis básicas do modelo de PL, evitando a propagação de erros numéricos no processo de cálculo.

## RESULTADOS DA ANÁLISE DE SISTEMAS ELÉTRICOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 5.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os resultados obtidos na análise dos sistemas IEEE 6 BUS SYSTEM e o sistema real DEESP 18 BARRAS. Os dados do sistema IEEE 6 BUS SYSTEM foram obtidos em CMamandur, K.R.C. e Chenoweth, R. D. , 1981). Os relatórios emitidos pelo programa EXPVAR, na análise desses sistemas encontram-se nos Apêndices D e E. O programa fornece, além dos relatórios usuais de fluxo de carga, relatórios de dados econômicos e um relatório do modelo de PL. As opções e procedimentos para emissões desses relatórios são apresentados no manual do programa no Apêndice C.

### 5.2 - ANÁLISE DO IEEE 6 BUS SYSTEM

Este sistema foi analisado com o objetivo de verificar os resultados advindos da implementação computacional do algoritmo

apresentado no Cap. 4, comparando com os resultados apresentados em CMamandur, K.R.C, e Chenoweth, R. D. , 1981D , obtidos através de um programa computacional implementando o MODELO 1 , por ele proposto.

A Figura 5.1 apresenta a configuração do sistema, e as Tabelas 5.1 e 5.2 fornecem, respectivamente, os dados de barras e de linhas.

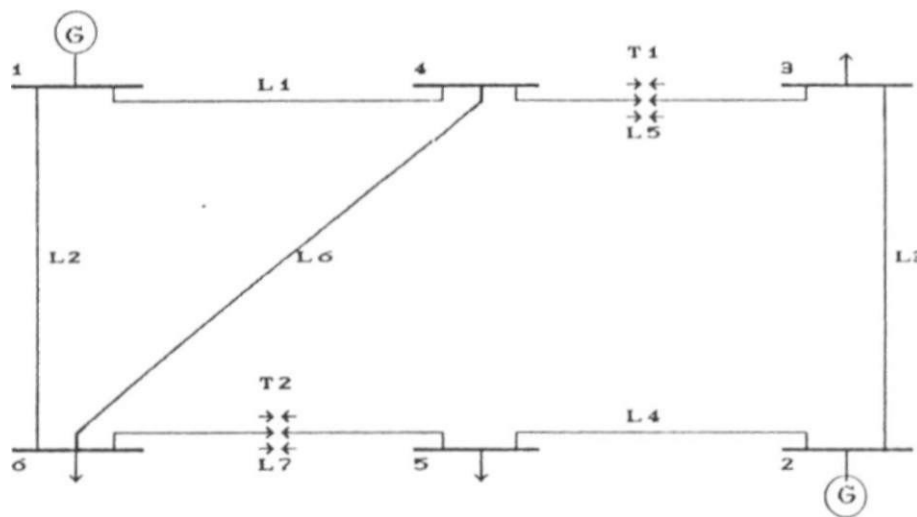


FIGURA 5.1 - ConfÚguraçQo do IEEE 5 BUS SYSTEM

TABELA 5.1 - DADOS DE BARRAS DO IEEE 5 BUS SYSTEM

BARRA No.	TIPO	TENSÃO (pu)	GERAÇÃO				CARGA	
			PC (MW)	QC (MVar)	MVar MÍNIMO	MVar MÁXIMO	PC (MW)	QC (MVar)
1	PQ	1.05			-20.00	100.00		
2	PV	1.10	50.00		-20.00	100.00		
3	PQ						55.00	13.00
4	PQ							
5	PQ						30.00	18.00
6	PQ						50.00	5.00

A Tabela 5.3 apresenta os limites sobre as variáveis de controle, ou seja, posições dos taps T1 e T2, tensões das barras 1 e 2, de referência e de geração, respectivamente, e as potências reativas das barras 4 e 6 escolhidas para alocação de

bancos de capacitores. São apresentados também os limites sobre as variáveis dependentes. Os relatórios emitidos pelo programa na análise desse sistema encontram-se no Apêndice D.

TABELA 5.2 - DADOS DE LINHA DO IEEE O BUS SYSTEM

LINHA No.	BARRA		IMPEDÂNCIA SÉRIE		TRANSFORMADOR		
	DE	PARA	R <sub>Cpu</sub> )	X <sub>CpuD</sub>	TAP	MIN	MAX
1	1	4	0.080	0.370			
2	1	6	0.123	0.518			
3	2	3	0.723	1.050			
4	2	5	0.282	0.640			
5	4	3		0.133	0.909	0.909	1.111
6	4	6	0.097	0.407			
7	6	5		0.300	0.976	0.909	1.111

TABELA 5.3 - LIMITES SOBRE AS VARIÁVEIS E RESULTADOS OBTIDOS

VARIÁVEL	LIMITE		CARGA MÁXIMA		CARGA LEVE	
	INFERIOR	SUPERIOR	INICIAL	FINAL	INICIAL	FINAL
TAP T1	0.909	1.111	0.909	1.018	0.909	1.011
TAP T2	0.909	1.111	0.976	1.057	0.976	0.995
V1 CpuD	1.000	1.100	1.050	1.100	1.050	1.000
V2 Cpu)	1.100	1.150	1.100	1.134	1.100	1.025
Q4 CMVarD	0.00	5.00	0.00	5.00	0.00	4.95
06 CMVarD	0.00	5.50	0.00	5.50	0.00	5.49
01 CMVarD	-20.00	100.00	38.19	41.36	-5.97	-1.95
Ce CMVarD	-20.00	100.00	34.79	14.68	18.10	2.60
V3 CpuD	0.900	1.000	0.855	1.000	0.966	1.000
V4 Cpu}	0.000	1.000	0.952	1.000	1.055	0.995
V5 Cpu}	0.900	1.000	0.901	1.000	1.035	0.984
V6 CpuD	0.900	1.000	0.933	0.979	1.050	0.995

Observa-se no fluxo de carga inicial da condição de carga máxima, apresentado na Tabela 5.3, que a tensão de 0.855 pu da barra 3 está fora dos limites de 0.900 e 1.000 pu apresentados na mesma tabela. A perda inicial é de 11.62 MW.

Resultados apresentados em Mamandur, K.R.C. e Chenoweth, R. D., 1981D mostram uma redução de 2.42 MW ou 22% da perda

inicial do sistema, tomando 11 iterações com a tolerância de convergência para a perda de 0.01 MW, e apresentando na solução final perda de 8.93 MW com as tensões nas barras de carga em torno de 1.000 pu.

Devido ao procedimento adotado na obtenção do primeiro ponto de linearização, apresentado no Cap. 4, e a inclusão das restrições AP=0 no MODELO 2 completo, obteve-se na análise desse sistema, através do programa EXPVAR, já na primeira iteração o valor de perda de 8.97 MW, obtido por CMamandur, K.R.C. e Chenoweth, R. D. , 1981D na iteração 7.

Através do programa EXPVAR, a solução ótima do problema foi obtida num total de 4 iterações com o modelo completo, e 8 iterações utilizando o modelo reduzido, com valor de perda igual a 8.89 MW, representando uma redução de 2.73 MW ou 23.5 % da perda inicial do sistema de 11.62 MW. A Tabela 5.4 apresenta os valores das perdas obtidas a cada iteração, para as condições de operação do sistema em carga máxima e carga leve C 1/4 da carga máxima ).

TABELA 5.4 - CONVERGÊNCIA DAS PERDAS  
DO IEEE o BUS SYSTEM

	PERDAS (MW)			
	CARGA MÁXIMA		CARGA LEVE	
	EXPVAR		EXPVAR	*
0	11.62	11 45	1.31	1.31
1	8.97	12 03	0.67	0.83
2	8.89	11 25	0.63	0.63
3	8.92	10 50	0.71	0.66
4	8.89	9 88	0.63	0.56
5	-	9 39	-	0.72
6	-	9 26	-	0.56
7	-	8 97	-	-
8	-	8 99	-	-
9	-	8 93	-	-
10	-	8 99	-	-
11	-	8 93	-	-

NOTA - Resultados obtidos por (Mamandur «\* Chenoweth, IPBI)

Na análise desse sistema para a condição de carga leve



considerou-se valores de cargas correspondentes a um quarto dos valores da condição de carga máxima e limite inferior de tensão da barra 2 como sendo 1.000 pu. O fluxo de carga inicial apresentou sobretensões nas barras 4, 5 e 6, com valores de tensões de 1.055, 1.035 e 1.050 pu, respectivamente, acima do valor máximo permissível de 1.000 pu indicado na Tabela 5.3. Essa condição de carga apresenta perda inicial de 1.31 MW.

A solução ótima desse problema foi obtida num total de 4 iterações sem violação de qualquer limite, com perda final de 0.63 MW correspondendo a uma redução de 0.68 MW ou 52.7 % da perda inicial.

Conforme o relatório do modelo de programação linear apresentado na seção D.1 do Apêndice D, o modelo de programação linear da análise desse sistema através do MODELO 2 completo envolveu 15 restrições, 35 variáveis de decisão e armazenou apenas 108 elementos não nulos da matriz de restrições de dimensão C 15 X 15 2.

### 5.3 - ANÁLISE DO SISTEMA REAL DEESP 12 BARRAS

A análise desse sistema tem por objetivo melhorar o seu desempenho, especialmente no que concerne ao atendimento às cargas supridas pelas SE's 69./13.8 kV DEESP-1 e DEESP-4, indicadas na Figura 5.2 que representa a configuração base existente no final do ano 1990.

A análise será feita para dois períodos de estudo, correspondentes aos anos de 1991 e 1993. A configuração do sistema no ano 1993 está representada na Figura 5.3. As Tabelas 5.5, 5.6 e 5.7 apresentam, respectivamente, os dados de linhas, transformadores e previsão de carga para o mercado em 1991 e 1993. Atualmente o suprimento às cargas das barras 8 e 10 é efetuado precariamente em 69 kV, a partir da SE 230/69 kV DEESP-1 através de dois circuitos 69 kV sendo um interligando

BARRA-1/BARRA-2/BARRA-4/BARRA-7, com condutor de bitola 1 /0 AWG e 65 km de extensão, e o outro interligando BARRA-1/BARRA-7, com condutor de bitola 4/0 AWG e 62 km de extensão.

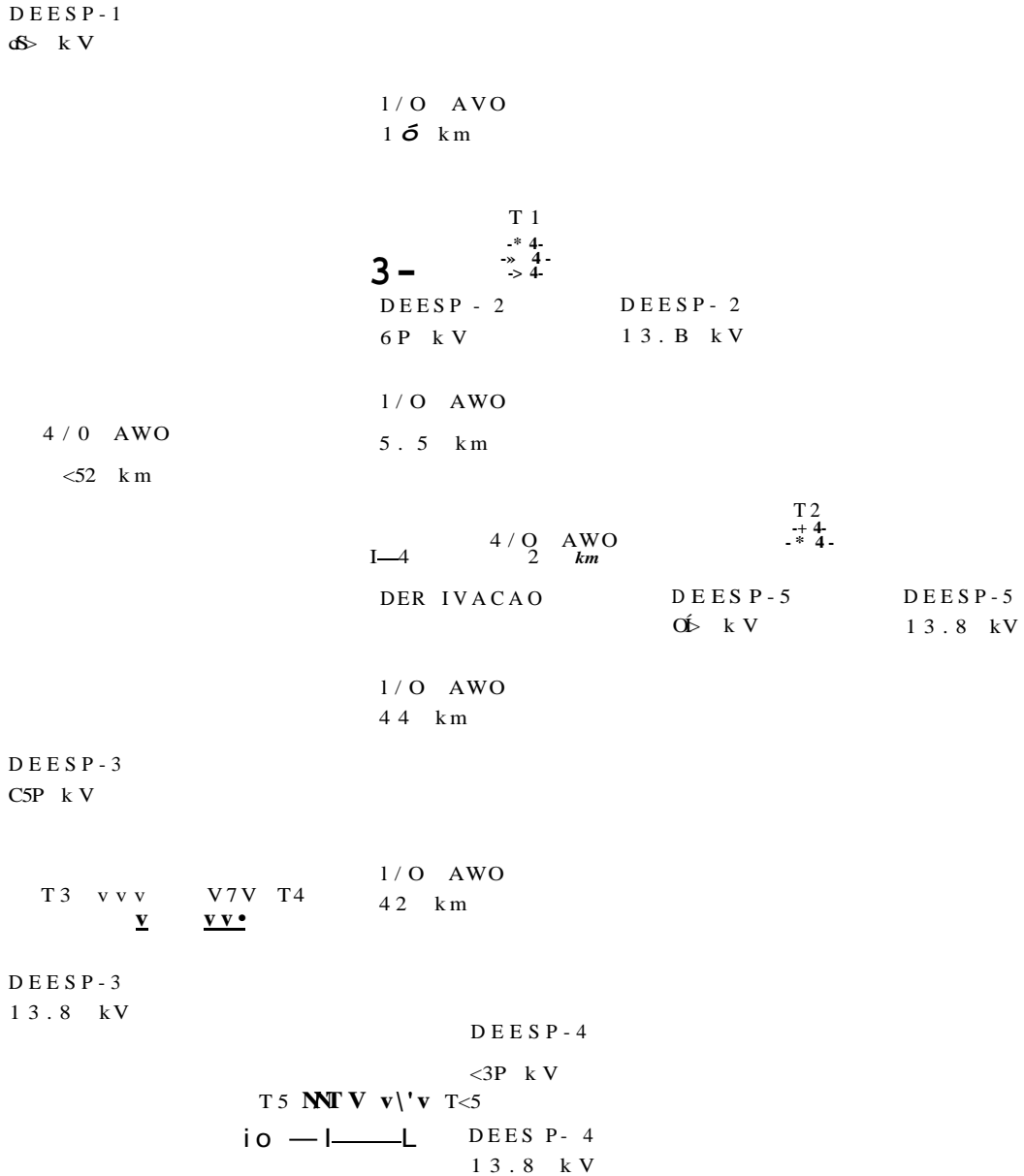


FIGURA 5.2 - Configuração lppo do avslema DEESP 12 BARRAS

DEESP - 1  
 <SS> kV

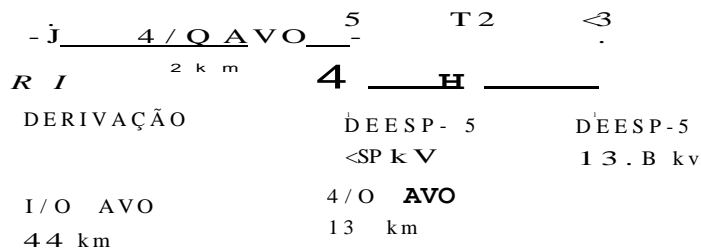
i/o AVO  
 i a km

T i

DEESP- 2                      DEESP-2  
 <5P kV                          1 i ii kV

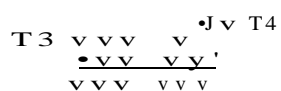
4 / 0 AVO  
 o 2 km

I / O AWI!  
 5 . 5 km



DEESP—3  
 <SP kV

1 1                      DEESP - a  
 <S> kV



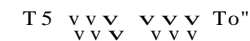
I / O AVO  
 4 2 km

T 7 v v v  
 v v v

1 2                      DEESP-tí  
 i i ii kV

DEES P- 3  
 13 . B kV

DEESP-4  
 <SP kV



DEESP-4  
 í 3 . a k v

FIGURA 5.3 - Configuração IPP3 do sistema DEESP 12 BARRAS

Devido a utilização de cabos com bitola reduzida, 1 / 0 e 4 / 0 AWG, em circuitos de 69 kV de extensões relativamente grandes, o sistema apresenta um desempenho completamente inadequado, com queda de tensão no trecho BARRA-1 / BARRA-7 de 10.9 %, perda de 2.55 MW ou 10.3 % da carga total, já no período inicial.

TABELA 5.5 - DADOS DE LINHAS DO SISTEMA DEESP 12 BARRAS

LINHA	BARRA		COMP. C knO	CABO	R C SO	X C9Q	BC MVar }	MVA MÁXIMO
	DE	PARA						
1	1	2	16.0	1 / o AWG	23 39	19 72	O.287	21
2	2	4	5.5	1 / O AWG	8 04	5 77	O.085	21
3	4	7	44.0	1 / O AWG	65 00	54 75	O.691	21
4	4	S	2.0	4 / O AWG	1 55	2 35	0.033	30
5	5	11	13.0	4 / O AWG	13 91	21 13	O.297	30
6	1	7	62.0	4 / O AWG	47 90	72 79	1.023	30
7	7	9	42.0	1 / O AWG	61 40	51 75	O.753	21

TABELA 5.6 - DADOS DE TRANSFORMADORES DO SISTEMA DEESP 12 BARRAS

SE 69. /13.8 kV	POTÊNCIA CMVA}	REATÂNCIA X C 50 C BASE DO TRAF0)
DEESP-2	1 x H.0	6.50
DEESP--3	2 x 10.0	6.40
DEESP--4	2 M 5.0	6.50
DEESP--5	1 x 5.0	6.50
DEESP--6	1 x 5.0	6.50

TABELA 5.7 - PREVISÃO DE CAROA DO MERCADO

SE / BARRA	1991		1993		F. P.
	MW	MVar	MW	MVar	
DEESP-2 / 3	2.10	1.02	2.30	1.11	O.90
DEESP-6 / 12	-	-	1.50	O.73	O.90
DEESP-5 / 6	1.70	0.82	1.90	O.92	O.00
DEESP-3 / 8	13.80	5.88	16.20	6.90	O.92
DEESP-4 / IO	7.10	3.02	9.10	3.88	O.92

Com base nas análises a serem efetuadas, serão definidas as medidas viáveis de serem implementadas no sistema, visando garantir um nível de desempenho satisfatório, face à ausência de investimentos no sistema de transmissão.

Num planejamento envolvendo dois ou mais períodos de estudo pode-se adotar o procedimento proposto em CTorres, G. L. e outros,

1991D, descrito abaixo :

*et.* Definir a compensação reativa do período final do estudo (C1993), tomando-se como bancos de capacitores existentes, os bancos existentes na configuração base C1990D.

*fc>*. Definida a compensação reativa do período final do estudo, parte-se para a análise do período inicial C1991D, considerando como barras candidatas a alocação de bancos de capacitores, aquelas efetivamente utilizadas na análise do período final (C1993), e existentes na configuração do período inicial C1991D.

*c.* Feita a análise do período final C1993D e inicial C1991D, faz-se a análise dos períodos intermediários, no caso de um planejamento envolvendo mais de dois períodos de estudo, tomando-se como bancos de capacitores existentes, os bancos existentes na configuração do período imediatamente anterior, já analisado, indicando como barras candidatas para alocação de novos bancos aquelas efetivamente utilizadas na análise do período final e que fazem parte da configuração do período em análise.

A adoção do procedimento descrito acima evita que bancos de capacitores instalados nos períodos iniciais do estudo, tornem-se desnecessários nos períodos finais. As barras indicadas para instalação de bancos de capacitores num período, que não atingiram o número máximo de módulos permitidos nessas barras, permanecem candidatas a expansão no período seguinte de forma que o valor máximo poderá ser atingido caso essa seja a solução ótima, e apenas a diferença entre o valor até então alocado, valor existente, e o valor máximo, terá custo não-nulo.

Na análise desse sistema adotou-se os seguintes critérios de planejamento :

*a.* Análise de Contingências : considerou-se apenas a condição normal normal de operação.

*õ.* Limites de Tensões : para a barra de interligação, BARRA-1, considerou-se a faixa de 0.95 a 1.043 pu. Nas barras restantes considerou-se a faixa de 0.95 a 1.05 pu, exceto a BARRA-9 onde

aceitou-se o limite mínimo de 0.00 pu.

c. Variação de Tensão no Chaveamento de Capacitores : admitiu-se variações de até 7.5 V..

d. Carregamento de Transformadores : como trata-se apenas da condição normal de operação, o carregamento de cada transformador foi limitado a sua capacidade nominal.

e. Controle de Tensão : considerou-se os LTCs com valores fixos de taps, deixando o ajuste dos mesmos como vim recurso da operação.

f. Compensação Reativa : considerou-se na padronização dos bancos de capacitores, os seguintes dados :

- Módulo Mínimo 1.2 MVAR
- Módulo Máximo 2.4 MVAR
- Número Máximo de Bancos 5 por SE.

Procurou-se utilizar como diretriz na padronização, a padronização existente em 1000.

g. Custos : considerou-se o custo unitário de perda dado pela equação C3.17D, calculado considerando os seguintes parâmetros:

- custo marginal de expansão da transmissão t US\$/kW D 481.00
- custo marginal de expansão da energia (. US\$/MWhJ 34.00
- vida útil das instalações de transmissão 25 anos
- vida útil das instalações de geração : 50 anos
- taxa de atualização 10 %
- fator de carga 0.60

Com base nesses parâmetros, obteve-se os seguintes dados :

$$FC = 0.60$$

$$CG = 48.86 \text{ US\$}/\text{MW}$$

$$CR = 9310 \text{ US\$}/\text{MVAR} \cdot \text{ano}$$

Conforme os procedimentos a serem adotados num planejamento envolvendo dois ou mais períodos de estudo, descritos anteriormente, o primeiro período a ser analisado é o ano de 1993, para que seja definida a compensação reativa final do sistema.

Na análise da distribuição ótima da potência reativa desse período, considerou-se como bancos de capacitores existentes, aqueles existentes na configuração base adotada, ano 1990, sendo de 1 banco de capacitor 2.4 MVar-13.8 kV na barra 8 e 1 banco de capacitor 1.2 MVar-13.8 kV na barra IO. Na escolha das barras para instalação dos bancos de capacitores, o programa apresentou os índices de sensibilidade indicados na Tabela 5.8.

Uma vez que os custos fixos de bancos de capacitores, correspondentes à equipamentos de conexão, etc., são proporcionais aos níveis de tensões, indicou-se as 3 barras mais sensíveis com tensão nominal de 13.8 kV, ou seja, as barras 3, 8, e 10. Vale ressaltar que a indicação da barra 3 tem por objetivo apenas a minimização da perda.

TABELA 5.8 - COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE DO ANO 1990.

ORDEM	BARRA	VNOMC k VD	CINDEX
1	IO	13.8	3.757
2	9	69.	3.186
3	8	13.8	2.484
4	7	69.	2.203
5	2	69.	-1.463
6	4	69.	-1.782
7	5	69.	-1.871
8	11	69.	-2.272
9	3	13.8	-2.667
IO	6	13.8	-3.075
11	12	13.8	-3.507

O fluxo de carga inicial para esse período de estudo apresentou perda de 4.66 MW, e tensões nas barras 7, 8, 9, e IO de 0.892, 0.946, 0.797 e 0.835 pu, respectivamente, bem abaixo do limite mínimo especificado no critério. A solução ótima dessa análise foi obtida em 3 iterações, com perda final de 3.58 MW e todas as tensões dentro dos limites especificados. Os valores das perdas obtidos a cada iteração encontram-se nos relatórios de DADOS ECONÔMICOS, apresentados na seção E.1 do Apêndice E.

Conforme os relatórios citados acima, obteve-se, além da correção das tensões para os valores especificados nos critérios, um ganho de 80851 US& correspondentes à dedução de 107414 US& no investimento em novos bancos de capacitores, do ganho de 188265 US& obtidos com a redução de 1.08 MW, ou 23.2 % da perda inicial.

Vale ressaltar que os valores apresentados acima correspondem a valores contínuos da potência reativa alocada. O processo de discretização da potência reativa, em módulos padrões existentes no mercado, é descrito a seguir.

O processo decisório, na fase de discretização da potência reativa alocada, é exclusivo do usuário, onde as decisões devem ser tomadas com base na sua experiência em planejamento e nos indicadores fornecidos pelo programa.

Esses indicadores são apresentados para cada barra individualmente, em ordem crescente de seus números internos. A Figura 5.4 apresenta os indicadores da barra 3, divididos nos seis conjuntos de dados descritos a seguir.

*et. Dados gerais da barra* : número, nome, tensão final CpuD, potência reativa existente, potência reativa máxima C existente + nova D, valor ótimo contínuo da potência reativa alocada;

*fc>. Bancos Petdr2Ses* : potência reativa em MVar dos bancos padrões adotados, nesse exemplo, 1.2 e 2.4 MVar.

*c. numero de Unidades* : número contínuo de unidades utilizadas de cada banco padrão adotado.

*d. Custo* : custo contínuo no caso de escolha de cada banco padrão. Este custo corresponde apenas as unidades novas, uma vez que considera-se a potência reativa existente como sendo de custo zero.

*e. Resíduo +* : excesso de potência reativa em MVar, ao considerar o número total de unidades C existentes + novas }, como o inteiro seguinte ao número contínuo de unidades apresentado.

*/ Resíduo -* : redução da potência reativa em MVar, ao considerar o número total de unidades, como o inteiro imediatamente



inferior ao número contínuo de unidades apresentado.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
D E E S P

PROGRAMA EXPVAR

DISCRETIZAÇÃO DOS BANCOS DE CAPACIDADES ALOCADOS								
Barra	Nome	V(pu)	MVA	EXIS	MVA	MAXI	MVA	ALOC
3	BARRA 3	13 1.019		00		6 00		00
BANCO	MVA :	1.20	2 40				TIPO ?	1
No	UNI :	.00	.00				NEXI ?	
CUSTO	TOTAL :	.00	00				NNEW ?	0
RESÍDUO	• :	1.80	2.40					
RESÍDUO	- :	.00	00					

ITERAÇÃO	PERDAS (MW)	DIFERENÇA	OBJETIVO	SUBROTINA
3	3.58328800	-0.00954	73 33392	DISCRT

Figura 5.4 — Diferença da potência ativa na barra 3.

Uma vez apresentados esses índices, e o usuário tendo feito sua análise, deverão ser digitados o tipo padrão de banco, solicitado em TIPO ?, número de unidades existentes, solicitado em NEXI ?, e o número de unidades novas, solicitado em NNEW ?. O valor a ser digitado em TIPO ? deverá ser a ordem em que o módulo escolhido aparece na tela, ou seja, 1,2,3,... e não a potência reativa do módulo.

Conforme apresentado na Figura 5.4, nenhuma potência reativa foi alocada na barra 3. No entanto, deverá ser escolhido um tipo de banco qualquer, e indicar zero unidades desse banco. Essa barra apresentou tensão final de 1.019 pu. A Figura 5.5 abaixo apresenta os indicadores da barra 8.

A barra 8 apresentou tensão final de 1.040 pu, sendo alocado na mesma o maior volume de potência reativa, como forma de corrigir a tensão na barra 9, que apresentou um valor final de 0.900 pu, o mínimo especificado.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEESP

PROGRAMA EXPVAR

DISCRETIZACAO DOS BANCOS DE CAPACITÜRES ALOCADOS					
Barra Nome	V(pu)	MVar	EXIS	MVar MAXI	MVar ALOC
8 BARRA 8	13	1.040	B.40	12 00	9 14
BANCO MVar :	1.80	2 40			TIPO ? 2
No. UNI D.	7.61	3.81			NEXI ? 1
CUSTO TOTAL :	6.27	6 27			NNEW ? 3
RESÍDUO + :	.46	.46			
RESÍDUO - :	- 74	-1.94			

-  ITERAÇÃOI	PERDAS (MM	I DIFERENÇA [	F OBJETIVO	SUBROTINA[-
3	3.58328800	- 000954	73 333392	DISCRT

FIOIJRA 5.5 - DvcreUzaçS o da poléneva raaliva da barra H

A potência alocada de 9.14 MVar, corresponde à 7.61 unidades de 1.2 MVar, ou 3.81 unidades de 2.4 MVar. Observa-se que o número de unidades do tipo 1 viola o critério de ser alocado no máximo 6 unidades em cada barra. Além do mais, procurou-se utilizar a padronização já existente, bancos de 2.4 MVar.

Os parâmetros RESÍDUO + e RESÍDUO - indicam que escolhendo-se 4 módulos do tipo 2 C 2.4 MVar >, haverá um acréscimo de 0.46 MVar na potência reativa alocada, e escolhendo-se apenas 3 módulos desse tipo haverá uma redução de 1.94 MVar.

Com base nessas informações, discretizou-se a potência reativa alocada nessa barra, conforme ilustrado na Figura 5.5, ou seja, 4 módulos de 2.4 MVar C TIPO ? 2. NEXI 7 1, NNEW ? 3 D. Situação semelhante ocorreu na barra IO, ilustrada na Figura 5.6.

Essa barra apresentou tensão final de 0.984 pu, sendo alocado na mesma a potência máxima indicada, também como uma forma de corrigir a tensão na barra 9. Com base nos indicadores dessa barra, e procurando seguir a padronização existente, foram escolhido 5 bancos C número máximo  $\geq$  do ti . 1 < L.2 MVAi > ,

sendo 1 existente na configuração base C199CO , e 4 bancos novos a serem instalados nesse período C TIPO ? 1, NEXI ? 1, NNEW V 4 D.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
D E E S P

PROGRAMA EXPVAR

DISCRETIZACAO DOS BANCOS DE CAPACITORES ALOCADOS								
Barra	Nome	V(pu)	MVAr	EXIS	MVAr	MAXI	MVAr	ALOC
10	BARRA 10	13 984	1.20	1.20	6 00	6 00		
BANCO MVAr :		1.20	8 40				TIPO ?	1
No. UNID		5 00	2.5«				NEXI ?	1
CUSTO TOTAL :		4.47	4 47				NNEW ?	4
RESÍDUO +		1.80	1.20					
RESÍDUO -		.00	-1.20					

— I ITERAÇÃO) (PERDAS HM) ! DIFERENÇA (-) F.OBJETIVO I—I—SUBROTINA(—  
3 3.58328800 - 000954 73 333392 DISCRT

FIGURA 5. c> — Diacr«>tizaçf(o cio. potirncia reativa da barra 10.

Uma vez feita a disereização da potência reativa alocada, é executada uma solução de fluxo de carga para que seja verificada a possível ocorrência de tensões fora dos limites. Caso isso ocorra, ou a opção do usuário, pode-se fazer nova diseretização, uma vez que antes de iniciado o processo de diseretização os valores ótimos são armazenados para esse fim.

Definida a configuração final do sistema, parte-se para a análise do período inicial, onde as barras indicadas para alocação de bancos de capacitores serão aquelas efetivamente utilizadas na configuração final, e que fazem parte do período em análise, ou seja, as barras 8 e .10. A análise do ano 1991 apresentou perda inicial de 2.55 MW e as tensões nas barras 7, 9 e 10, de 0.934, 0.871 e 0.900 pu, respectivamente, abaixo do limite mínimo.

Observa-se nos relatórios de dados econômicos apresentados na seção E.2 do Apêndice E, que o valor ótimo foi obtido também

em 3 iterações. Esse período de estudo apies>eitou, além da correção do perfil de tensões, perda final de 2.28 MW, correspondendo à uma redução de 0.27 MW ou 10.60 % da perda inicial.

A discretização da potência reativa para esse período está indicada nos relatórios apresentados na seção E.2 do Apêndice E. Após a discretização a solução ótima do problema apresentou, além da manutenção do perfil das tensões dentro dos limites especificados, um ganho anual de 10Q60 US\$, proveniente da dedução de 44688 US\$ de investimento anual em novos bancos de capacitores C 2 x 1.2 MVar e 1 x 2.4 MVar J, do ganho de 55648 US\$ na redução de 0.32 MW na perda.

#### 5.4 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou dois modelos; de PL que podem ser aplicados na solução do problema da distribuição ótima da potência reativa em sistemas de potência. O MODELO 1 não considera os custos de investimento nas novas fontes de reativo, o que o torna mais adequado à solução do problema de planejamento da operação do sistema, onde trata-se apenas de redistribuir a potência reativa existente para corrigir o perfil das tensões e minimizar a perda ativa na transmissão.

O MODELO 2 leva em consideração os custos de investimento nas novas fontes de reativo, e por isso, pode ser aplicado tanto no planejamento da operação quanto no planejamento da expansão de sistemas. O algoritmo foi implementado em um IBM PC-AT de forma interativa com o usuário, e apresentou resultados mais que satisfatórios. O programa é capaz de analisar um sistema elétrico com 50 barras e 100 ligações, envolvendo apenas 200 kbytes de memória.

Como os resultados tenham sido extremamente satisfatórios, vale a pena verificar a introdução de algumas considerações no

algoritmo, como a descrita na seção 4.4 do Cap. 4, na tentativa de se obter soluções mais rápidas. Todavia, ressalta-se que a solução dos sistemas apresentados no Cap. 5 foi obtida num tempo inferior a 1 minuto, incluindo nesse tempo a gravação em disco dos relatórios emitidos na análise.

O desenvolvimento desse algoritmo de alocação ótima da potência reativa permitirá, juntamente com o algoritmo de expansão da transmissão apresentado em *Ribeiro, S.D.C. , 199CD*, num trabalho futuro a ser desenvolvido pelo Grupo de Sistemas do Potência do DEESP, originar o *ALGORITMO ÓTIMO DL PLANEJAMENTO*, proposto no Cap. 1.

Para tratamento de sistemas de grande porte, pode-se recorrer a técnicas de decomposição, uma vez que o problema de controle dos parâmetros Q/V num sistema de potência é feito em áreas específicas do sistema. Como continuidade desse trabalho, sugere-se, aos interessados no assunto, a análise e implementação de modelos que utilizam técnicas de decomposição, como o modelo desenvolvido por *Deeb e Shahidehpour* *Deeb, N. e Shahidehpour, S.M. , 99CD*.

Esse modelo possibilita a análise de sistemas de grande porte, através da decomposição do sistema em subsistemas menores, considerando que o problema de correção das tensões pode ser eficientemente realizado alocando-se reativos apenas em áreas específicas do sistema. Na solução de cada subsistema pode ser aplicado tanto o *MODELO 1* quanto o *MODELO 2*, e na busca do ótimo global é utilizado o método da decomposição de *Dantzig-Wolfe*.

Outra formulação bastante interessante é a desenvolvida por *Qiu e Shahidehpour* *Qiu, J. e Shahidehpour, S.M. , 1987*, a qual apresenta uma matriz de restrições consideravelmente esparsa, e com dimensões relativamente reduzidas. Na solução desse modelo é utilizado o método *Simplex*.

Um modelo que também despertou certo interesse foi formulado por *Horton e Grigaby* *Horton, J.S. e Grigaby, L.L. , 1984D*, o qual explora as melhores vantagens da PL e da técnica do *Gradiente Reduzido Generalizado* *CGRGD*.

## APÊNDICE A

MODELAGEM DOS COMPONENTES DO SISTEMA E  
EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA

## A.1 - MODELAGEM DOS COMPONENTES DO SISTEMA

Os componentes principais de um sistema de energia elétrica podem ser classificados em dois grupos : os que estão ligados entre uma barra qualquer e a terra, como o caso de geradores, cargas, reatores e capacitores; e os que estão ligados entre duas barras da rede, como é o caso de linhas de transmissão, transformadores e defasadores, {Monticelli, A., 1983; Ramos, D.S. e Dias, E. M. , 1983}.

## A.1.1 - GERADORES E CARGAS

Os geradores e cargas são considerados como a parte externa do sistema, e são modelados através de injeções de potência nas barras do sistema.

### A.1.2 - BANCOS DE CAPACITORES E REATORES

As potências reativas dos bancos de capacitores e reatores são transformadas em admitâncias em paralelo da seguinte forma :

$$Y = - \frac{O}{C, V, N^2} \quad \text{CA. 1)}$$

onde :

- potência nominal do banco de capacitor ou reator.

V - tensão nominal do banco de capacitor ou reator.

N

### A.1.3 - LINHAS DE TRANSMISSÃO

O modelo equivalente rj de uma linha de transmissão, representado na Figura A.1, é definido por três parâmetros a resistência série r ; a reatância série x : e a susceptância paralela b

$$Z = r + jx$$

KM      KM      I

KM      j b<sup>s h</sup>      MK

KM      KM

////      ////

FIGURA A.1 - Modelo equivalente [U] de uma linha de transmissão

A seguir, além das equações de fluxo de potência ativa e reativa, são apresentadas também as equações de correntes e fluxos de potência complexa, utilizadas na dedução das equações de fluxo de potência ativa e reativa.

a. - impedância, série :

$$z_{KM} = r_{KM} + jx_{KM}$$

ð. - admitância série :

$$y_{KM} = g_{KM} - jb_{KM} = z_{KM}^{-1} = \frac{r_{KM}}{r_{KM}^2 + x_{KM}^2} - j \frac{x_{KM}}{r_{KM}^2 + x_{KM}^2} \quad \text{CA. 25}$$

c. - correntes :

$$I_{KM} = \frac{V_K}{z_{KM}} = \frac{V_K}{r_{KM} + jx_{KM}} = \frac{V_K}{r_{KM}^2 + x_{KM}^2} (r_{KM} - jx_{KM}) \quad \text{CA. 35}$$

$$I_{MK} = \frac{V_M}{z_{MK}} = \frac{V_M}{r_{MK} + jx_{MK}} = \frac{V_M}{r_{MK}^2 + x_{MK}^2} (r_{MK} - jx_{MK}) \quad \text{CA. 45}$$

d. - /Luxos de potência complexa :

$$S_{KM} = P_{KM} - jQ_{KM} = V_K \cdot I_{KM}^* = \frac{V_K^2}{r_{KM} + jx_{KM}} \quad \text{CA. 55}$$

$$S_{MK} = P_{MK} - jQ_{MK} = V_M \cdot I_{MK}^* = \frac{V_M^2}{r_{MK} + jx_{MK}} \quad \text{CA. 65}$$

e. - /luxos de potência ativa :

$$P_{KM} = g_{KM} \cdot V_K^2 - \frac{V_K \cdot V_M}{r_{KM}^2 + x_{KM}^2} (r_{KM} \cos \theta - x_{KM} \sin \theta) \quad \text{CA. 75}$$

$$P_{MK} = g_{MK} \cdot V_M^2 - \frac{V_M \cdot V_K}{r_{MK}^2 + x_{MK}^2} (r_{MK} \cos \theta + x_{MK} \sin \theta) \quad \text{CA. 85}$$

/. - /luxos de potência reativa .-

$$Q_{KM} = -b_{KM} \cdot V_K^2 - \frac{V_K \cdot V_M}{r_{KM}^2 + x_{KM}^2} (x_{KM} \cos \theta + r_{KM} \sin \theta) \quad \text{CA. 95}$$

$$Q_{MK} = -b_{MK} \cdot V_M^2 - \frac{V_M \cdot V_K}{r_{MK}^2 + x_{MK}^2} (x_{MK} \cos \theta - r_{MK} \sin \theta) \quad \text{CA. 105}$$

g. - perda de potência ativa :

$$P_{LKM} = P_{KM} + P_{MK} = g_{KM} \cdot V_K^2 + g_{MK} \cdot V_M^2 - 2 \cdot \frac{V_K \cdot V_M}{r_{KM}^2 + x_{KM}^2} (r_{KM} \cos \theta - x_{KM} \sin \theta) \quad \text{CA. 115}$$



A.1.4 - TRANSFORMADORES COM LTC

Um transformador com LTC pode ser representado conforme a Figura A.2. O modelo equivalente pj está indicado na Figura A.3.

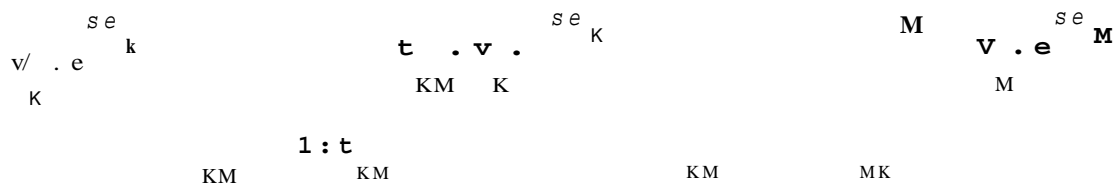


Figura A.2 - Modelo de transformador com LTC

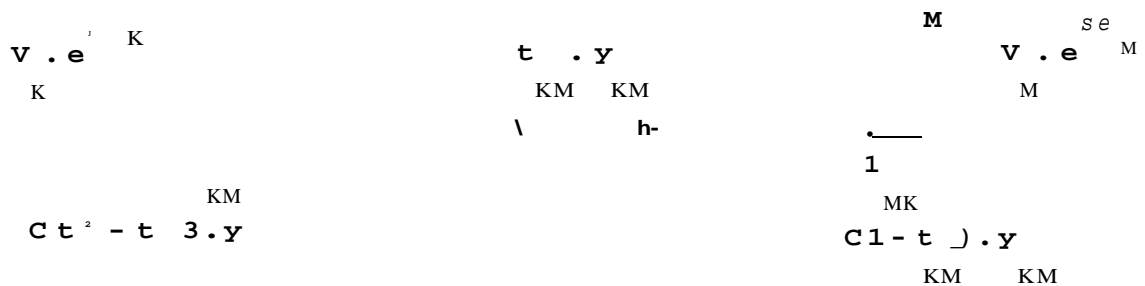


Figura A.9 - Equivalente PJ do transformador com LTC

CL. - fluxos de potência complexa :

$$\begin{aligned}
 & p_{KM} - jQ_{KM} = c v_k \cdot e^{j\theta_k} \cdot i_k^* \quad CA. 123 \\
 & v_k \cdot i_k \cdot t \cdot y \cdot C_t \cdot v_M - v_M \cdot i_M \\
 & v_M \cdot i_M \cdot y \cdot C_V \cdot v_t - v_t \cdot i_t \quad CA. 133
 \end{aligned}$$

ð. - /Luxos de potência ativa :

$$P = t^2 \cdot g \cdot V^2 - t \cdot V \cdot V \cdot Cg \cdot \cos C\hat{O} \quad 3-b \cdot \text{sen} C0 \quad 33 \quad \text{CA. 143}$$

KM      KM    KM    K      KM    K    M      KM                      KM    KM                      KM

$$P = g \cdot v^2 - t \cdot V \cdot V \cdot Cg \cdot \cos Ce \quad 3+b \cdot \text{sen} C0 \quad 33 \quad \text{CA. 153}$$

MK      KM    M      KM    K    M      KM                      KM    KM                      KM

c. - /luxos de potência reativa :

$$Q = t^2 \cdot b \cdot V^2 - t \cdot V \cdot V \cdot Cg \cdot \text{sen} CS \quad 3+b \cdot \cos Cf? \quad 33 \quad \text{CA. 163}$$

KM      KM    KM    K      KM    K    M      KM                      KM    KM                      KM

$$Q = b \cdot V^2 - t \cdot V \cdot V \cdot C-g \cdot \text{sen} C\hat{O} \quad 3+b \cdot \cos C\hat{O} \quad 33 \quad \text{CA. 173}$$

MK      KM    M      KM    K    M      KM                      KM    KM                      KM

**A. 2 - EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA**

As injeções líquidas de correntes nas barras do sistema podem ser obtidas resolvendo-se a equação matricial

$$IY1.IV! \cdot III \quad \text{CA. 183}$$

onde :

ÍYJ - matriz admitância nodal NxN, cujos elementos são :

$$Y = G + JB, \quad C \quad K, H=i, N \quad 3.$$

KM    KM    KM

]"  
K

IV] - vetor das tenstses nodais, cujas componentes são : V.e

$$C \quad K=i, N \quad y.$$

ÍI] - vetor das Injeções de correntes, cujas componentes são :

$$I, \quad C \quad K=i, N \quad 3.$$

As injeções de potência ativa e reativa na barra k são dadas por :

$$P = V \cdot \int V \cdot CG \cdot \cos Ca \quad 3 + B \cdot \text{sen} C6* \quad 33 \quad \text{CA. 193}$$

~~TVfclK~~

$$Q_K = V_K \cdot \frac{T}{V} \cdot V \cdot CG \cdot \text{sen} Ca \quad 3 - B \cdot \cos C\hat{O} \quad 33 \quad \text{CA. 203}$$

~~TVfclK~~

onde  $O_s$  é o conjunto de todas as  $tn$  barras adjacentes a barra  $k$ , incluindo a própria barra  $h$ .

### A. 2. 1 - FLUXO DE CARGA DE NEWTON-RAPHSON

A equação matricial do método de Newton-Raphson de solução das equações de fluxo de carga, é da seguinte forma :

$$\begin{bmatrix} AP \\ AQ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} AO \\ AV \end{bmatrix}$$

onde :

$lAP$ ) - vetor de mismatches de potência ativa nas barras PQ e PV;

$íAQ$ ] - vetor de mismatches de potência reativa nas barras PQ;

$íABJ$  - vetor de correções dos ângulos das tensões das barras PQ e PV;

$íAVI$  - vetor de correções das magnitudes das tensões das barras PQ;

$[J]$  - matriz Jacobiana.

Particionando-se a matriz Jacobiana  $IJJ$  nas submatrizes  $[H]$ ,  $íNI$ ,  $íLl$  e  $[M]$  a equação CA. 213 passa a ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} AP \\ AQ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} AO \\ AV \end{bmatrix} \quad \text{CA. 22)}$$

onde :

$$\begin{bmatrix} AP \\ AQ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pESP - PCV, 60^{CAL} - \\ oESP - QCV, 60^{CAL} - \end{bmatrix} \quad \text{CA. 233}$$

[ " ] • [ « ]

CA. 243

$$\begin{aligned}
 H_{KM} &= dP / de = V \cdot V \cdot CG \cdot \text{sen} C_e \cdot 3 - B \cdot \cos C\hat{O} \cdot 33 \\
 & \quad KM \quad K \quad M \quad K \quad M \quad KM \quad KM \quad KM \quad KM \\
 H_{KK} &= dP / do = -V \cdot B - V \cdot \frac{E \cdot V}{r \cdot n \cdot I} \cdot CG \cdot \text{sen} C_S \cdot 3 - B \cdot \cos C\hat{O} \cdot 33 \\
 & \quad KK \quad K \quad K \quad KK \quad K \quad \% \quad M \quad KM \quad KM \quad KM \quad KM \\
 & = -Q - V^2 \cdot B \\
 & \quad K \quad K \quad KK
 \end{aligned}$$

CA. 253

$$\begin{aligned}
 N_{KM} &= \hat{o}P / dv = V \cdot CG \cdot \cos C_f? \cdot 3 + B \cdot \text{sen} C_e \cdot 33 \\
 & \quad KM \quad K \quad M \quad K \quad KM \quad KM \quad KM \quad KM \\
 N_{KK} &= \hat{o}P / \hat{a}w = V \cdot G + F \cdot V \cdot CG \cdot \cos C_e \cdot 3 + B \cdot \text{sen}(6 \cdot 33 \\
 & \quad KK \quad K \quad K \quad K \quad KK \quad *V, M \quad KM \quad KM \quad KM \quad KM \\
 & \quad V^{-1} P + V \cdot G \\
 & \quad K \quad K \quad K \quad KK
 \end{aligned}$$

CA. 263

$$\begin{aligned}
 M_{KM} &= \hat{o}Q / da = -V \cdot V \cdot CG \cdot \cos C\hat{O} \cdot 3 + B \cdot \text{sen} C_g \cdot 33 \\
 & \quad KM \quad K \quad M \quad K \quad M \quad KM \quad KM \quad KM \quad KM \\
 M_{KK} &= \hat{o}O / de = -V^2 \cdot G + V \cdot \frac{r \cdot V}{5 \cdot K} \cdot CG \cdot \cos C_S \cdot 3 + B \cdot \text{sen} C\hat{O} \cdot 33 \\
 & \quad KK \quad K \quad K \quad KK \quad K \quad * \quad 5 \quad K \quad KM \quad KM \quad KM \quad KM \\
 & \quad P - V \cdot G \\
 & \quad K \quad K \quad KK
 \end{aligned}$$

M-[SH

CA. 273

$$\begin{aligned}
 L_{KM} &= dQ / dV = V \cdot CG \cdot \text{sen} C_a \cdot 3 - B \cdot \text{cas} \cdot C_e \cdot 33 \\
 & \quad KM \quad Tí \quad M \quad K \quad KM \quad KM \quad KM \quad KM \\
 L_{KK} &= \hat{o}Q / \hat{a}v = -V \cdot B + r \cdot V \cdot CG \cdot \text{sen} C_e \cdot 3 - B \cdot \cos C\hat{O} \cdot 33 \\
 & \quad V''' \cdot Q - V \cdot B \\
 & \quad K \quad K \quad K \quad KK
 \end{aligned}$$

## A. 2. 2 - FLUXO DE CARGA DESACOPLADO RÁPIDO C FCDR3

Na equação matricial CA. 223, do método de NR, os termos  $\dot{I}_{NI} \cdot t_{AV1}$  e  $\dot{I}_{M1} \cdot I_{AB}$  são ignorados e introduzidas as seguintes aproximações :

$$a. - \cos \theta_{C3} \sim 1,0$$

$$b. - B_{KM} \gg G_{KM} \cdot \sin \theta_{C3}$$

$$c. - B_{KK} \cdot V^2 \gg Q_K$$

$$d. - V_K, V_M \sim 1.0$$

$$e. - X_{KM} \gg r_{KM} \quad C \text{ na formação de } I_{B^*13}$$

Introduzindo-se estas considerações as equações do FCDR são:

$$\dot{I}_{AP}/V_1 = \dot{I}_{B^*13} \cdot \dot{I}_{AS} \quad \text{CA. 283}$$

$$\dot{I}_{AQ}/V_1 = [B''1] \cdot r_{AV1} \quad \text{CA. 293}$$

onde :

$$[B^*1] = \begin{matrix} B^*_{KM} = -x_{KM}^{-1} \\ B^*_{KK} = E_{KK} \ll^{-i} \end{matrix}$$

$$I_{B''1} = \begin{matrix} B''_{KM} = -B_{KM} \\ B''_{KK} = -B_{KK} \end{matrix}$$

$B_{KM}$  e  $B_{KK}$  são elementos da matriz de susceptâncias  $\dot{I}_{BJ}$

II

## APÊNDICE B

II

MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO :  
MÉTODO SIMPLEX DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

B.1 - INTRODUÇÃO

Otimização é o ato de obter o melhor resultado possível sob dadas circunstâncias. De uma forma bem genérica, pode-se definir otimização como a minimização do esforço necessário para atingir determinado objetivo, ou a maximização dos benefícios desejados.

Uma vez que o esforço necessário ou o benefício desejado em qualquer situação prática pode ser expresso como uma função de certas variáveis de decisão, otimização pode ser definida como o processo de encontrar as condições que dão o valor máximo ou mínimo de uma função.

Não há um método único para resolver todos os problemas de otimização eficientemente. A *P&SQuisa Operacional* é um ramo da matemática que está interessada na aplicação de métodos científicos e técnicas de processos decisórios para estabelecer a melhor solução ou solução ótima.

Os métodos de Pesquisa Operacional dividem-se basicamente em

três grupos : técnicas de programação matemática, técnicas de processo estocástico e métodos estatísticos.

As técnicas de programação matemática são úteis na determinação do mínimo ou máximo de uma função de várias variáveis sujeitas a um conjunto de restrições. As técnicas de processo estocástico podem ser aplicadas para analisar problemas que são descritos por um conjunto de variáveis aleatórias, com distribuições de probabilidade conhecidas. Os métodos estatísticos possibilitam-nos analisar os dados experimentais e construir modelos empíricos para obter a representação mais precisa da situação física.

## B.2 - DECLARAÇÃO DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Um problema de otimização pode ser declarado como

$$\text{Determinar } \underset{x \in X}{x} \text{ que maximize } f(x)$$

sujeito às restrições :

$$f_j(x) < 0, \quad j=1, 2, \dots, m$$

$$f_j(x) = 0, \quad j=m+1, \dots, p$$

onde  $x$  é um vetor  $n$ -dimensional chamado vetor de decisão,  $f(x)$  é a função objetivo e  $f_j(x)$  e  $f_j(x)$  são, respectivamente, as restrições de desigualdade e igualdade. Não há necessariamente uma relação entre o número de restrições  $p$  e o número de variáveis de decisão  $n$ . Em alguns problemas,  $p$  pode ser zero e tais problemas de otimização são ditos irrestritos.

*Vetor de Decisão* [x] Qualquer componente ou sistema de engenharia é descrito por um conjunto de parâmetros, alguns dos quais são vistos como variáveis durante o processo de decisão. Em geral, certos parâmetros são fixos e por isso são ditos parâmetros pré-determinados. Todos os outros parâmetros são tratados como variáveis no processo de decisão e são ditos variáveis de decisão ou projeto.

*Restrições de Decisão* : Na maioria dos problemas práticos, as variáveis de decisão não podem ser escolhidas arbitrariamente, devendo satisfazer certas exigências especificadas, funcionais e outras. As restrições que devem ser satisfeitas a fim de produzir uma decisão aceitável são coletivamente ditas restrições de decisão. As restrições que representam limitações sobre o comportamento ou desempenho do sistema são ditas restrições de comportamento ou funcional. As restrições que representam limitações físicas sobre as variáveis de decisão como disponibilidade, fabricabilidade e transportabilidade são conhecidas como restrições geométricas ou limitantes.

*Função Objetivo* [C]x] Os procedimentos de decisão convencionais procuram encontrar uma decisão aceitável ou adequada, que meramente satisfaz as necessidades funcionais e outras quaisquer do problema. Em geral, haverá mais do que uma decisão aceitável e o processo de otimização consiste em escolher a melhor, dentro do conjunto de várias decisões aceitáveis disponíveis. Assim, um critério deve ser escolhido para comparar as diferentes alternativas de decisão aceitáveis e selecionar a melhor. O critério em relação ao qual a decisão é otimizada, quando expresso como uma função das variáveis de decisão, é conhecido como função objetivo. A escolha da função objetivo é governada pela natureza do problema e pode ser uma das decisões mais importantes no processo global de decisão ótima.

De acordo com a natureza das equações envolvidas um problema de otimização pode ser classificado como : problema de programação linear CPD, não-linear CPNL3, geométrica CPG3 e quadrática CPCO.

Nos últimos dez anos estudos extensivos têm sido feitos com



aplicações de técnicas de programação matemática na solução de problemas de expansão DC e AC de sistemas de potência. A programação linear CPL3 tem sido reconhecida como uma ferramenta confiável e efetiva para a otimização do planejamento da expansão de sistemas elétricos de potência, e por isso é utilizada na solução do problema de alocação ótima de reativo formulado no Cap. 3, e é apresentada simplificada na seção que segue.

### B.3 - PROGRAMAÇÃO LINEAR

Programação Linear CPLD é um método de otimização aplicável à solução de problemas nos quais a função objetivo e as restrições aparecem como funções lineares das variáveis de decisão. As equações, num problema de PL, podem ser escritas na forma de igualdades ou desigualdades (Land, A. H. e Powell, S., 1979; Rao, S. S. . 1979; Hadley, G., 1982; Wagner, H.M., 1985}.

George B. Dantzig, formulou o problema de PL geral e desenvolveu o *Método Simplex* de solução em 1947. As contribuições teóricas feitas por Kuhn e Tucker tiveram um impacto maior no desenvolvimento da teoria da dualidade em PL.

#### B.3.1 - FORMA PADRÃO DE UM PROBLEMA DE PL

Um problema qualquer de PL pode ser declarado na seguinte forma matricial padrão :

$$\text{Maximize} : f^T x \quad (1) \quad \text{CB.1)}$$

sujeito a :

$$A x \leq b \quad \text{CB. 2D}$$

$$x \geq 0 \quad \text{CB. 32)}$$

onde  $[c]$  e  $[b]$  são vetores constantes conhecidos de dimensões  $n$  e  $m$ , respectivamente,  $[A]$  é a matriz de restrições  $m \times n$ , e  $[x]$  é o vetor de  $n$  variáveis de decisão. As características do problema de PL escrito na forma padrão acima são :

- a. A função objetivo linear é do tipo *maximizar*;
- b. As restrições são expressas como desigualdades lineares do tipo menor ou igual;
- c. As variáveis de decisão são não-negativas.

**B.3.2 - TRANSFORMAÇÃO DE UM PROBLEMA QUALQUER DE PL PARA A FORMA PADRÃO**

Conforme a Figura B.1, se um ponto  $x^*$  corresponde ao valor mínimo de uma função  $f(x)$  qualquer, linear ou não, o mesmo ponto também corresponde ao valor máximo do negativo da mesma função,  $-f(x)$ . Portanto, a minimização de uma função  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  é equivalente à maximização do negativo da mesma função.

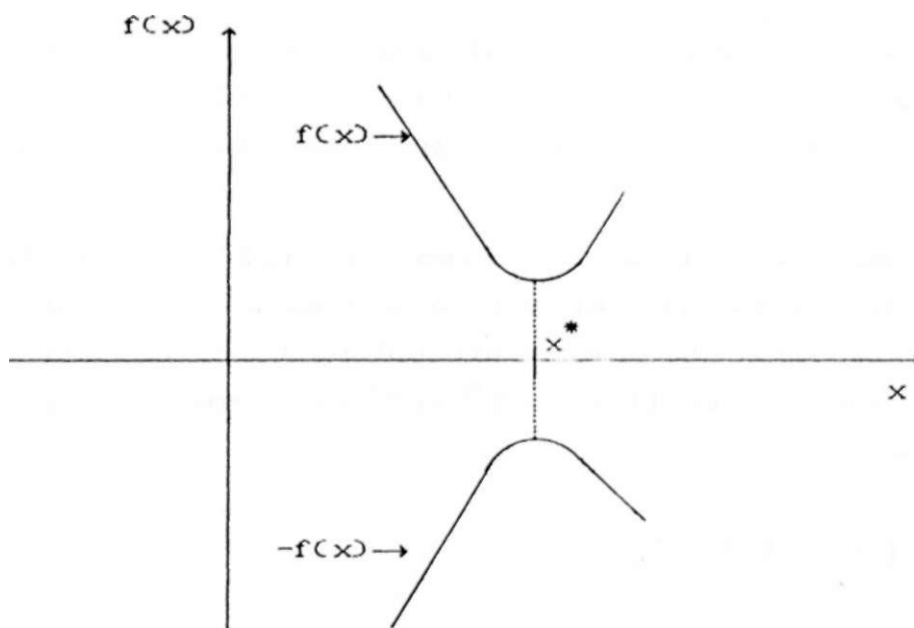


FIGURA B.1 - Mínimo de  $f(x)$  / Máximo de  $-f(x)$

Por exemplo, a função objetivo :

$$\text{Minimize : } f = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n = \text{icl}^i \cdot \text{Ix}$$

é equivalente à :

$$\text{Maximize : } f' - -f = -c_1 \cdot x_1 - c_2 \cdot x_2 - \dots - c_n \cdot x_n = -\text{icl}^i \cdot \text{Ix}$$

Conseqüentemente, a função objetivo pode ser escrita na forma de maximização, para qualquer problema de PL.

As restrições envolvidas num problema de PL podem ser dos seguintes tipos :

- a. Limites superior e inferior sobre as variáveis de decisão, individualmente;
- b. Relações entre as variáveis expressas como igualdades ou desigualdades, lineares;
- c. Variáveis individualmente restritas a assumirem um valor entre um conjunto de valores discretos.

Restrições do tipo C3D não são consideradas nesse trabalho, e por isso não são analisadas. As restrições dos tipos C1) e C2) definem uma região viável no  $R^n$ , o espaço euclidiano n-dimensional, no qual as coordenadas são as variáveis,  $x$ . O problema de PL é determinar o ponto dentro da região viável, ou seja, os valores das coordenadas, que maximizam a função objetivo.

Uma igualdade linear do tipo  $I \cdot x = b$  ( $I$  é a  $i$ -ésima linha da matriz  $IA$  e  $b$  é o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $Ib$ ) pode ser tratada como o hiperplano  $C_{n-i}$ -dimensional, que particiona o espaço euclidiano  $E^n$  nos dois semi-espacos fechados  $X_1$  e  $X_2$  abaixo :

$$X_1 = \{ x \mid I \cdot x \geq b \}$$

$$X_2 = \{ x \mid I \cdot x \leq b \}$$

observe que

Em algumas situações, a solução ótima pode não ser única. Esta situação é ilustrada na Figura B.3, na qual qualquer ponto contido no segmento de reta AB é uma solução ótima. O segmento de reta  $\tilde{A}B$  é uma aresta da região viável.

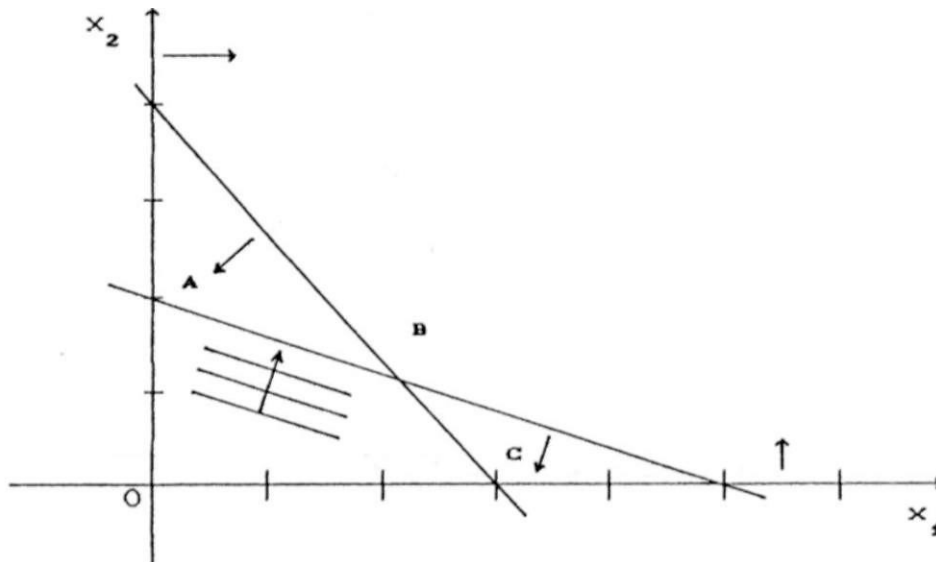


FIGURA B.3 - Número infinito de soluções

Em outros casos, a região viável pode não ser um polígono convexo fechado, de forma que o valor da função objetivo pode ser aumentado infinitamente como ilustrado na Figura B.4.

Por outro lado, o conjunto de soluções pode ser vazio em alguns problemas. Isto deve-se à inconsistência das restrições ou, algumas vezes, as restrições podem ser consistentes, mas nenhum ponto que satisfaz as restrições pode satisfazer as restrições de não-negatividade. Um caso de solução impossível encontra-se ilustrado na Figura B.5.

O último caso possível ocorre quando a região viável consiste de um único ponto. Isto pode ocorrer se o número de restrições é pelo menos igual ao número de variáveis. Esta situação não é de interesse porque neste caso não há o que ser otimizado.

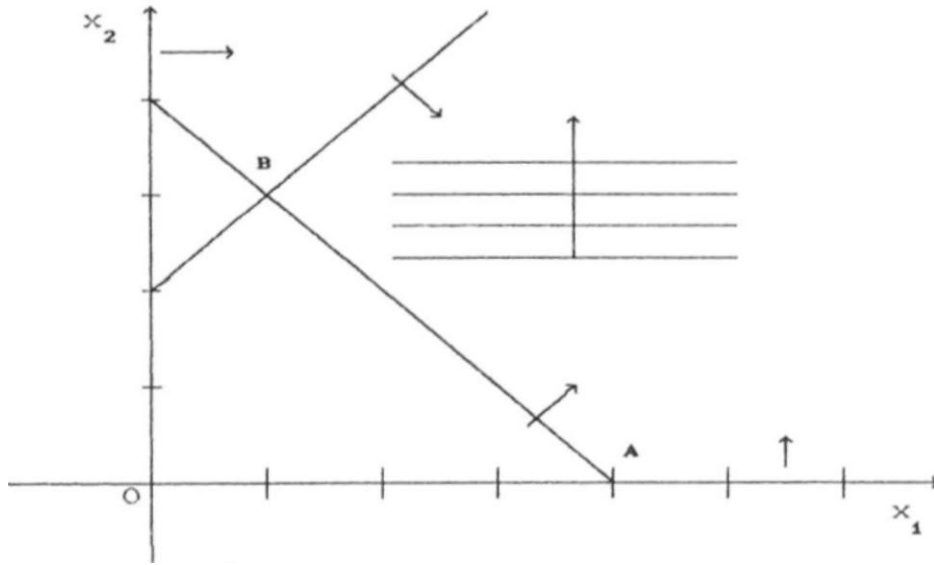


FIGURA B.4 - Soluções ilimitada

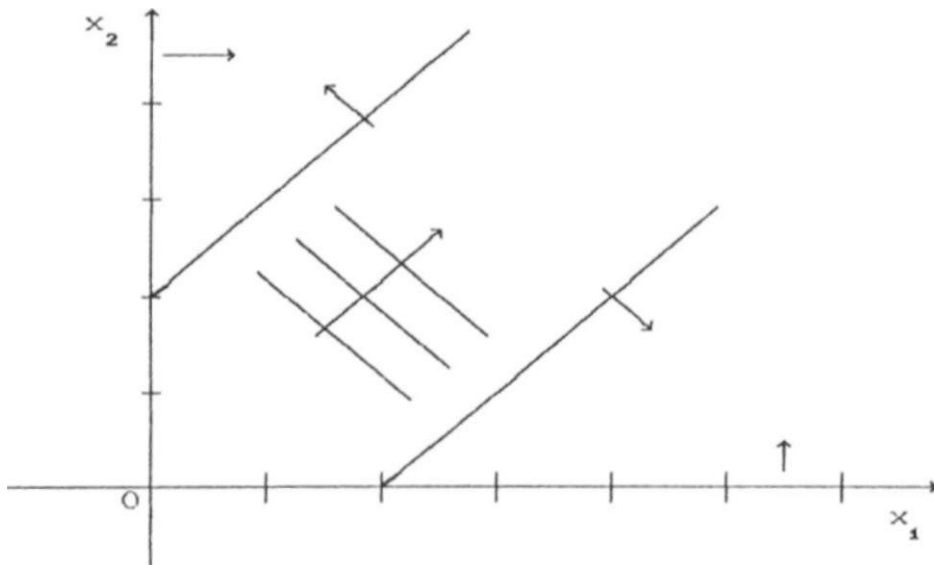


FIGURA B.5 - Solução Impossível

## B.3.4 - DEFINIÇÕES

*Solução Viável* : Qualquer solução que satisfaça as restrições CB.2D e CB.3D repetidas abaixo.

$$IAI \cdot Ix1 < [I.I$$

$$Ix1 > \acute{0}$$

*Solução Básica* : É uma solução na qual  $n - r$  variáveis são igualadas a zero e solucionado o sistema de equações CB.2D na forma de igualdade.

*Base* : O conjunto de  $m$  variáveis não igualadas a zero na obtenção da solução básica.

*Solução Básica Viável* É uma solução básica que satisfaz as condições de não-negatividade da equação CB.3D.

*Solução Básica Viável Não-Degenerada* : É uma solução básica viável que tem exatamente  $m$  positivos.

*Solução Ótima* : É uma solução viável que otimiza a função objetivo.

*Solução Básica Ótima* : É uma solução básica viável para a qual a função objetivo é ótima.

### B.3.5 - CONDIÇÕES SUFICIENTES PARA MAXIMIZAÇÃO DE UMA FUNÇÃO LINEAR

Considere inicialmente o problema de PL escrito na forma padrão sem as restrições de não-negatividade, ou seja :

Maximize  $[c^T \cdot x]$   
 sujeito a  $IA \cdot (x) < II.$

Se existir um vetor de elementos não-negativos  $y^1$  tal que  $y^1 \cdot (A) = [c]^1$ , então, multiplicando-se as restrições do problema considerado acima por  $y^1$  tem-se :

$$y^1 \cdot (Ax) < y^1 \cdot b$$

para todos os pontos viáveis,  $x^1$ . Portanto,

$$c^1 \cdot x^1 < y^1 \cdot b$$

Se, em adição à condição acima,

$$y^1 \cdot (b - Ax^1) = 0$$

ou seja, se os vetores  $y^1$  e  $(b - Ax^1)$  são ortogonais, para um dado  $x^1$  viável, então :

$$y^1 \cdot b = y^1 \cdot (Ax^1) = [c]^1 \cdot x^1,$$

e portanto,

$$c^1 \cdot x^1 < c^1 \cdot x^1$$

donde conclui-se que  $[c]^1 \cdot x^1$  é o valor máximo de  $c^1 \cdot x^1$  para qualquer  $x^1$  viável.

Considerando também as restrições de não-negatividade sobre todas as variáveis de decisão,  $x$ , o problema pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & c^1 \cdot x^1 \\ \text{sujeito a :} \quad & Ax^1 < b \\ & -I \cdot x^1 < -l \end{aligned}$$

Então, as condições suficientes para otimalidade no ponto  $x^1$  são :

$$y^1 \cdot (Ax^1) + [v]^1 \cdot (-l) = c^1 \cdot x^1$$

$$Iy) > \acute{I}01$$

$$Iv1 > \acute{I}01$$

$$[yV.C\acute{I}b1-EA1.Ix1D = 0$$

$$IvV.CI01-C-III:).Ix1D = 0 \cdot Iv]^{1}.(x1 = 0$$

Fazendo  $Iv1^{1} = Iy]^{1} \cdot \acute{I}AJ - IcJ^{1}$  e substituindo nas equases acima, as condies de suficiência tornam-se :

$$[y1^{1} \cdot \acute{I}A1 > \acute{I}c1^{1} \quad \text{uma vez que } iv1^{1} > \acute{I}01$$

$$[y1 > 101$$

$$Iy1^{1}.C\acute{I}b1-fA1.Ix1D = 0$$

$$C[y1^{1} \cdot [A1-\acute{I}c1^{1}D.(x1=0$$

A condição  $Iy1^{1} \cdot C\acute{I}b1 - IAl.Ix1) = 0$ , Juntamente com  $\acute{I}y1 > 101$  e  $C\acute{I}b1 - IAl * Ix1D > 10]$ , significa que os elementos do vetor  $\acute{I}y1$  podem ser não-nulos apenas nas restries que são satisfeitas como igualdades em  $Ix1$ , restries para as quais os elementos do vetor  $C\acute{I}b1 - IAl.lx1)$  são nulos.

As condies necessárias para otimalidade são :

$$[y1 > \acute{I}01$$

$$[y1^{1} \cdot fA1 = \acute{I}c1^{1}$$

$$[y]^{1}.C\acute{I}b1-[A].\acute{I}x1D = 0$$

### B. 3. 6 - DUALIDADE EM PROGRAMAÇÃO LINEAR

Associado a todo problema de PL, dito problema primai, existe um outro problema de PL dito problema dual. Esses dois problemas possuem propriedades muito interessantes e fortemente relacionadas. Se a solução ótima para qualquer um  conhecida, a solução ótima para o outro  prontamente obtida.

Por causa dessas propriedades, a solução de um problema de PL pode ser obtida pelo problema de solução mais fácil, primai ou dual. A transformação do problema primai declarado na forma padrão, num problema de PL dual  da seguinte forma :



Primai

Dual

Maximize  $Ic' \cdot x$ Minimize  $Iy' \cdot b$ sujeito a :  $IA \cdot x \leq b$ sujeito a :  $[y' \cdot IA > Ic']$  $x \geq 0$  $y \geq 0$ 

Condições de otimalidade

Primai

Dual

Ótimo em  $x$  viável se existir  
um  $y$  tal que :Ótimo em  $y$  viável se existir  
um  $x$  tal que : $y' \cdot IA > Ic'$  $IA \cdot x \leq b$  $y \geq 0$  $x \geq 0$  $[y']^t \cdot C \cdot b - I \cdot A \cdot x = 0$  $C \cdot y' \cdot I \cdot A - Ic' \cdot x = 0$  $C \cdot y' \cdot I \cdot A - Ic' \cdot D \cdot x = 0$  $y' \cdot C \cdot b - I \cdot A \cdot x = 0$ 

Observa-se, nas condições de otimalidade acima, que  $Ic' \cdot x = [y']^t \cdot b$ , ou seja, os valores ótimos do primai e dual são iguais. Observa-se também que as condições de viabilidade do primai são as condições de otimalidade do dual, e vice-versa.

#### B. 4 - ALGORITMO SIMPLEX

Uma maneira de obter a solução ótima de um dado problema de PL é gerar todas as soluções básicas e tomar aquela que é viável e corresponde ao valor ótimo da função objetivo. Isto pode ser feito porque a solução ótima, se uma existir, sempre ocorre em um ponto extremo da região viável.

Se um problema de PL possui  $m$  restrições e  $n$  variáveis, com  $n > m$ , uma solução básica pode ser obtida fazendo-se  $n-m$  variáveis quaisquer iguais a zero e resolvendo-se o sistema de

$$[p].Ix^p] + \dot{I}Q1.\dot{ix}^o] = \dot{ib}l \longrightarrow \cdot IPJ.Ix^p) = 1b) - [Q].!x^o]$$

e, desde que  $|CP1| * 0$  e  $\dot{ix}^o] = 101$ , então :

$$[x^p] = IP1^{-1}.\dot{ib}l.$$

A solução básica é viável, e portanto um ponto extremo, se as condições de não-negatividade, não-positividade e nulidade sobre os elementos de  $Ix^p]$  são satisfeitas no ponto  $\dot{ix}^o] = [PJ^{-1}.\dot{ib}l, Ix^o] = 10]$ .

P

Se algum elemento de  $\dot{ix}^o]$  não satisfaz as condições exigidas, um elemento de  $Ix^p]$  é procurado de forma que aumentando-se esse elemento a partir de zero (ou diminuindo-se, se esse elemento deve ser não-positivo) levará o elemento  $\dot{ix}^o]$  inviável de  $\dot{ix}^o]$  na direção de viabilidade desejada.

Se  $x_r$  é o elemento inviável de  $\dot{ix}^o]$ , então o seu valor é obtido por :

$$x_r = Cp^{-1}.\dot{ib}J - \dot{ip}^{-1}.\dot{I}Q1.\dot{ix}^o] = \dot{ip}^{-1}J.\dot{ib}l - \dot{ih}l.\dot{ix}^o]$$

onde  $\dot{ip}^{-1}$  é a  $i$ -ésima linha da matriz  $\dot{I}P1$ , e  $\dot{ih}J = \dot{ip}^{-1}.\dot{I}Q1$ .

Então  $\dot{ip}^{-1}.\dot{ib}l$  é o valor inviável de  $x_r$ , na solução básica, e cada elemento da linha  $\dot{ih}l$  representa o potencial de impacto sobre  $x_r$  de uma unidade do elemento correspondente em  $\dot{ix}^o]$ .

Se não existir alguma variável em  $\dot{ix}^o]$  que possa ser movida numa direção viável e simultaneamente levar  $x_r$  em direção à viabilidade, então não existe solução viável para o problema. Caso contrário, alguma regra de seleção é empregada para selecionar um elemento,  $x_r$ , em  $\dot{ix}^o]$  para ser introduzido na base.

Tendo sido feita a seleção de  $x_r$ , o impacto de  $x_r$  sobre as outras variáveis básicas deve ser analisado, uma vez que  $x_r$  não deve ser variada indefinidamente de forma a levar outras variáveis básicas viáveis à inviabilidade. Uma vez que todos os outros elementos de  $\dot{ix}^o]$ , com exceção de  $x_r$ , devem permanecer

nulos, então :

$$[x^p] = [PJ^{-1} \cdot |b| - |PI|^{-1} \cdot Cx^0]$$

pode ser reduzido para :

$$[x^p] = [PI^{-1} \cdot |b| - |PI|^{-1} \cdot |q^k| \cdot x^k = (|PI|^{-1} \cdot |b| - |q|) \cdot x^k$$

onde  $|q^k|$  é a coluna de  $|Q|$  associada com  $x^k$ , e  $|q| = |PI|^{-1} \cdot |q^k|$ .

Desde que move-se numa direção na qual  $x^k$  está aumentando, ou diminuindo, deve-se encontrar o elemento de  $|x^k|$  que primeiro torna-se nulo, a fim de identificar uma nova solução básica. Uma variável certamente se anulará, a própria  $x^k$ , pois caso contrário  $x^k$  não teria sido selecionada. Pode ser, todavia, que algum outro

elemento de  $|x^k|$ , viável no ponto básico original, possa tornar-se inviável se  $x^k$  for variada até  $x^k$  tornar-se viável.

Portanto, para que variáveis básicas viáveis não tornem-se inviáveis na busca da viabilidade de variáveis básicas inviáveis, uma ou mais mudanças de base serão necessárias para tornar  $x^k$  viável.

Uma vez obtida a viabilidade, o algoritmo testa a otimalidade da solução básica corrente, ou seja, observa se as

variáveis duais  $(y) = (c - |P|^{-1} \cdot |Q| \cdot |c|)$  apresentam os sinais permitidos, não-negativos para restrições do tipo menor ou igual, não-positivos para restrições do tipo maior ou igual, e irrestritos para restrições de igualdade. É observado também se  $|y| \cdot |Q| > |c|$  sobre todas as variáveis em  $|x|$ .

Se estas condições não são totalmente satisfeitas, o algoritmo segue a regra Simplex usual de mudança de base, selecionando como a variável  $x^k$  para entrar na base, aquela que está associada com a maior violação das condições de otimalidade, onde  $x^k$  pode ser uma variável original ou uma variável de folga.

#### B.4.3 - A MUDANÇA DE BASE

Tendo uma base associada com uma partição de  $|x|$  em  $|x^k|$  e  $|x^r|$ , e correspondentemente de  $|A|$  em  $|PQ|$ , e tendo agora sido

identificados um elemento  $x^k$  do conjunto não-básico,  $i \in I$ , para tornar-se básico, e um elemento  $x^i \in C$  o primeiro elemento básico a anular-se aumentando, ou diminuindo,  $x^k$  do conjunto básico  $P$   $i \in I$ , para tornar-se não-básico, para proceder a mudança de base torna-se necessária a inversa da nova matriz  $IP$  que difere da matriz  $\hat{I}P$  em uma coluna apenas,  $i \in I$  em vez de  $i \in I$ .

Fazendo-se a consideração que  $\hat{I}P$  é não-singular, e que a transformação de  $\hat{I}P$  para  $IP$  pode ser obtida pela pré-multiplicação de  $\hat{I}P$  por uma matriz de transformação não-singular,  $IT$ , então :

$$[IP]^{-1} = [IT]^{-1} \cdot [\hat{I}P]^{-1} \quad \hat{I}P = IP \cdot IT$$

$$[\hat{I}P]^{-1} \cdot \hat{I}P = [IT]^{-1} \cdot IP \cdot IT = [IT]^{-1}$$

Como  $\hat{I}P$  difere de  $IP$  em apenas uma coluna, então :

$$IP * \hat{I}P = \begin{array}{|c|c|c|} \hline I & & 0 \\ \hline 0 & g & 0 \\ \hline 0 & & i \\ \hline \end{array}$$

onde  $ig = \hat{I}P \cdot i \in I$ . O  $s$ -ésimo elemento de  $ig$  é conhecido como o pivô.  $A$ , da mudança de base. Portanto,

$$[IT]^{-1} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline ri & g^{(1)} & 0 \\ \hline 0 & A & 0 \\ \hline 0 & g^{(2)} & i \\ \hline \end{array}$$

então.

$$[IT] = \begin{array}{|c|c|c|} \hline I & -1 & 0 \\ & \tilde{A}^{-1} g^{(1)} & \\ \hline 0 & & i \\ & \tilde{A} & \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ & \tilde{A}^{-1} g^{(2)} & \\ \hline \end{array}$$

Note que a não-singularidade de  $IT$ , e portanto de  $\hat{I}P$ , depende apenas de  $A$  ser não-nulo. Mas  $A$  é precisamente aquele

- 1 k

elemento de  $[g]=IPJ$  .íq l que indica o impacto da nova variável básica  $x_k$  sobre a variável que está saindo da base,  $x_a$ . A variável  $x_s$  não teria sido escolhida para ser não-básica se A

fosse zero. Assim, as regras do algoritmo Simplex asseguram que, uma vez inicializado com uma matriz não-singular  $\hat{I}P1$ , todas as transformações levarão a outras matrizes não-singulares.

Se não há uma base e sua inversa disponível, o algoritmo inicia com a base mais simples, a matriz  $\hat{I}I1$  das  $m$  colunas referentes às variáveis de folga.. A inversa é a própria matriz identidade.

#### B. 4. 4 - A BASE REDUZIDA

Para propósitos de apresentação, considere que toda linha  $i$  da matriz  $\hat{I}A1$  tem uma variável de folga associada,  $x_{n+i}$ , com um

vetor coluna unitário na matriz  $\hat{I}A1$  expandida, e coeficiente nulo na função objetivo,  $c_{n+i}=0$ . Na verdade, esses vetores não são

armazenados explicitamente. Associada com toda solução básica existe uma partição da matriz expandida  $\hat{I}A1$  em  $(\hat{I}PQ)$ , onde  $\hat{I}P1$  é a matriz base  $m \times m$ . Em geral,  $\hat{I}P1$  pode conter  $m-k$  das colunas referentes às variáveis de folga, onde  $0 < m-k < m$ .

Com uma reordenação adequada, a matriz  $\hat{I}P1$  pode ser particionada em :

$$\hat{I}P1 = \begin{bmatrix} S & i \end{bmatrix}$$

Desde que :

é necessário armazenar apenas a matriz  $\hat{I}R1$ , em vez da matriz  $\hat{I}P1$  completa.

Para  $(x1)$  e  $(y1)$  tais que  $(x1) \setminus (x1) = (y1)$ , as condições para a otimalidade do primal são as condições para viabilidade do dual e vice-versa. Considerando a reordenação e a partição da matriz

ÍPJ acima, a matriz de restrições IA1 torna-se :

$$[A1] = \begin{bmatrix} R & U \\ S & V \end{bmatrix}$$

onde :

IR] é de ordem  $k \times k$ ,  $k < m$ ,  $k < n$ .

íSI é de ordem  $Cm-AO \times k$ .

[U1 e de ordem  $k \times Cn-tò$ .

íVI e de ordem  $Cm-AO \times Cn-AO$ .

Reordenando e particionando Ix1, Iy1, Ibl e [cl em conformidade com a matriz IA1 :

$$\begin{bmatrix} y^R \\ y^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & U \\ S & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b^R \\ b^S \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c^R & c^U \\ c^S & c^V \end{bmatrix}$$

o problema primai

$$[A1].[x] < [b1]$$

$$(x1 > [01]$$

torna-se

$$[R].[x^R] + [U1].[x^U] < [b^R] \quad C \ k \text{ desigualdades } D$$

$$[S].[x^R] + [VI].[x^U] < [b^S] \quad C \ ih-k \text{ desigualdades } D$$

$$[x^R] > [01] \quad C \ k \text{ desigualdades } 2)$$

$$[x^U] > [0] \quad C \ n-A? \text{ desigualdades } i)$$

e o problema dual

$$[y]^T.[A1] > [c1]$$

$$[y] > [01]$$

torna-se

$$[y^R]^T.[R] + [y^S]^T.[S] > [c^R]^T \quad C \ k \text{ desigualdades } !>$$

$$\begin{aligned}
 [y^*] \cdot IU + Iy^* \cdot IV &> [c^*] \quad C \quad n-k \text{ desigualdades } D \\
 [y^*] > [0] &\quad C \quad k \text{ desigualdades } D \\
 [y^*] > [0] &\quad C \quad m-k \text{ desigualdades } D
 \end{aligned}$$

Desde que  $|IR| \neq 0$ , pode-se definir uma solução básica do problema primal tomando como igualdades  $n$  das  $m+n$  desigualdades primais, e uma solução básica do problema dual tomando como igualdades  $m$  das  $m+n$  desigualdades duais, como segue :

$$\begin{aligned}
 [R] \cdot [x^*] + [U] \cdot [x^*] &= [b^*] \quad C \quad k \text{ igualdades } D \\
 [x^*] &= [0] \quad C \quad n-k \text{ igualdades } D
 \end{aligned}$$

portanto,

$$[R] \cdot [x^*] = [b^*] \quad [x^*] = [R]^{-1} \cdot [b^*]$$

$$\begin{aligned}
 [y^*] \cdot [R] + [y^*] \cdot [S] &= [c^*] \quad C \quad k \text{ igualdades } D \\
 [y^*] &= [0] \quad C \quad m-k \text{ igualdades } D
 \end{aligned}$$

portanto,

$$[y^*] \cdot [R] = [c^*] \quad [y^*] = [c^*] \cdot [R]^{-1}$$

Para qualquer solução básica,

$$[c^*] \cdot [x^*] = [c^*] \cdot [R]^{-1} \cdot [b^*] = [y^*] \cdot [b^*] = [y^*] \cdot [b^*].$$

Uma solução básica é viável se as  $m$  desigualdades restantes do primal são satisfeitas, ou seja :

$$\begin{aligned}
 [S] \cdot [x^*] + [V] \cdot [x^*] &< [b^*] \quad [S] \cdot [x^*] < [b^*] \quad e \\
 [x^*] &> [0].
 \end{aligned}$$

Uma dada solução básica é ótima C seja ela uma solução viável ou não } se o problema dual é viável, ou seja, se as  $n$  desigualdades restantes do problema dual são satisfeitas, a saber:

$$[y^i \cdot i_{ui} + \bar{y}^i \cdot IV] > [c^i] \quad \bar{y}^i \cdot U > [c^i]$$

$$\bar{y}^i > i_{0i}$$

Portanto, uma solução básica está associada com uma submatriz  $k \times A^?$  de  $\bar{A}^j$ , onde a dimensão de  $\bar{A}^j$  pode variar de zero ao menor entre  $m$  ou  $n$ .

Na forma usual do Simplex, um vetor  $\bar{w}$  de variáveis de folga,  $x$ , é acrescentado para converter as desigualdades originais em igualdades, ou seja, o problema representado pelas equações CB.1D a CB.3) torna-se :

*Maximize*  $[c^i \cdot x]$

sujeito a :  $[A \cdot x] = b$

$[x] \geq 0$

onde  $[x] = [x_w]$ ,  $\bar{A} = [A \ I]$ ,  $[c] = [c \ 0]$ .

Uma base em  $\bar{A}$  está associada com o particionamento  $\bar{A} = [P \ 0]$ ,  $\bar{b} \geq 0$ ,  $[x] = [0]$ ,  $[x] = [P^i \cdot b]$ , a base sendo viável se  $[x] \geq [0]$ . Sendo  $\bar{P}$  particionada conforme a equação CB. 4) e conseqüentemente a matriz  $\bar{P}^i$  dada pela equação CB.SD, o vetor  $[x]$  é dado por

$$[x^*] = (P^i \cdot b) = \begin{matrix} -i & 0 \\ R & \\ -S \cdot R & I \end{matrix}$$

$$R - \bar{b}^*$$

$$-S \cdot R^i \cdot \bar{b}^* + b^* \quad \begin{matrix} . S \quad R \\ b - S \cdot x \end{matrix}$$

Dessa forma, a não-negatividade de  $[x]$  expressa as mesmas condições de viabilidade que foram especificadas em termos da base reduzida. De forma similar, a equivalência das condições de otimalidade podem ser estabelecidas.

Uma outra equivalência que pode ser observada, referente á tabela Simplex, são os coeficientes atualizados das variáveis não-básicas, dados por :



$$[P]^{-1} \cdot [Q] = \begin{bmatrix} -S \cdot R^{-1} & U & I & L & -1 \\ & V & O & s \cdot R^{-1} \cdot U+V & -S \cdot R^{-1} \end{bmatrix}$$

Para simplicidade, a apresentação da base reduzida nos parágrafos anteriores foi conduzida em termos da forma mais simples de um conjunto de restrições de um problema de PL, onde as variáveis de decisão são individualmente restritas apenas a serem não-negativas.

No entanto, em alguns problemas de PL, como os apresentados nos Caps. 2 e 3, algumas ou todas as variáveis de decisão têm individualmente um limite superior. Neste caso, uma solução básica e definida não apenas fazendo  $[x_1 = 10)$ , mas também fazendo alguns elementos de  $[x_1]$  iguais a zero e o restante iguais aos seus limites superiores.

Assim, pode-se considerar  $[A]$  e os vetores associados particionados como :

$$\begin{bmatrix} x^* & u & w \\ X & X & \\ R & li & w \\ S & V & Z \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} \quad \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

onde  $[x_1]$  são as variáveis igualadas a zero, e  $[x_1]$  são as variáveis igualadas aos seus limites superiores,  $[x_1]$ . Assim,  $[x^*] = [R^{-1} \cdot C - W] \cdot [x^*] > [0]$  para viabilidade, e  $[y^*] = [U + R^{-1} \cdot W] \cdot [x^*] > [c]$  mas  $[y^*] \cdot [W] < [c]$  para otimalidade.

Uma outra consideração feita nas exposições acima foi das restrições serem todas da forma  $(A \cdot [x] < b)$ . Na teoria da PL, em um problema de maximização, as variáveis duais,  $[y]$ , associadas com restrições do tipo maior ou igual devem ser não-positivas para otimalidade, e aquelas variáveis duais associadas com restrições de igualdade são irrestritas em sinal e portanto são ditas variáveis livres.

## APÊNDICE C

## MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA EXPVAR

## C1 - INTRODUÇÃO

A análise de um sistema elétrico através do programa EXPVAR é simples e divide-se basicamente em duas etapas : composição do arquivo de dados e fornecimento de dados via teclado, solicitados pelo programa em sua fase preliminar de execução.

Uma vez informados todos os dados, a interferência do usuário torna-se necessária apenas na fase final que compreende a etapa de discretização dos valores de potência reativa alocados, onde a tomada de decisões é exclusiva do usuário, com base na sua experiência de planejamento e na análise dos indicadores fornecidos pelo programa. Esses indicadores foram apresentados no exemplo numérico do Cap. 5.

C.2 - COMPOSIÇÃO DO ARQUIVO DE DADOS

A composição do arquivo de dados é a mais simples possível. Os dados de planejamento são informados juntamente com os dados usuais do fluxo de carga, após o cartão de controle número 11 de execução do fluxo, e dividem-se basicamente nos seis conjuntos de dados indicados abaixo. Vale lembrar que as indicações L-1, L-2, etc., referem-se a ordem que elas aparecem após o cartão 11 dos dados de fluxo de carga, e não em relação ao início do arquivo.

COLUNA

LINHA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
1																															
L-1	Ni:B			IF·i			11»L			IM			ICM			ICP			ITM			NRM			NRE						
L-2	T*4i yj					VI·MIN					VLMAX					VIMIN					VIMAX										
L-3							1	1	1	1			1	1	1	1			1	1	1	1			1	1	1	1			
L-4	NC																														
L-5																															
L-6																															
	1	1	1				1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

CONTINUAÇÃO... < COLUNAS 91 A <SO >

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
L-1																														
L-2	OMINI					QMAXI																								
L-3																														
L-4																														
L-5																														
L-6																														

As variáveis indicadas nos cartões acima têm os seguintes significados :

## LINHA 1 :

- NCB - Número de barras indicadas para alocação de bancos de capacitores.  
NCB = 0 -• as barras candidatas serão indicadas no vídeo  
NCB = N -• N barras serão indicadas a partir da LIN 6.
- IFI - IFI = 1 -• imprime solução do fluxo de carga inicial.  
IFI \* 1 -• não imprime solução do fluxo de carga inicial
- IPL - IPL = 1 -• imprime solução do fluxo de carga do primeiro ponto de linearização das equações Cutilizado na análise de soluções inviáveis D.  
IPL \* 1 -• não imprime a solução do fluxo de carga do primeiro ponto de linearização.
- IM - IM = 1 -• o problema de PL e formulado pelo modelo completo a partir da iteração ICM descrita a seguir.  
IM = 2 -• o problema de PL e formulado pelo modelo reduzido a partir da primeira iteração.
- ICM - ICM = N -• sendo IM = 1. até a iteração CN-13 o problema de PL e formulado pelo modelo reduzido. Sendo IM = 2 esta variável torna-se sem efeito.
- ICP - ICP = N -> restringe a região de linearização pela equação C2.33D a partir da iteração N.
- ITM - Número máximo de iterações fluxo/simplex.
- NRM - NRM = 1 -• imprime relatório do modelo de PL da solução ótima.  
NRM \* 1 -• não imprime.  
Independente do valor de NRM será impresso o relatório do modelo de PL para soluções inviáveis.
- NRE - NRE = 1 -> imprime relatório de dados econômicos a cada iteração.  
NRE = 2 -• imprime relatório de dados econômicos apenas nas iterações sem violação de limites sobre as variáveis.

## LINHA 2 :

- TMIN - Angulo mínimo de tensão nodal. Se deixado em branco será assumido o valor de  $-30^\circ$  - formato F5.1 .

**VLMIN** Tensão mínima em barras de carga - formato F5.3.  
**VLMAX** Tensão máxima em barras de carga - formato F5.3.  
**VIMIN** Tensão mínima da barra de referência - formato F5.3.  
**VI MAX** Tensão máxima da barra de referência - formato F5.3.  
**QMIN1** Absorção máxima de reativo pela barra de referencia -  
 formato F6.2 CMVArD.  
**QMAX1** Geração máxima de reativo pela barra de referência -  
 formato F6.2 CMVAr3.

## LINHA 3

**VL** Tensão máxima C kV 5 para cálculo dos coeficientes de  
 sensibilidade utilizados na escolha das barras  
 candidatas a alocação de bancos de capacitores - formato  
 F5.1.  
**VMIN** Valor de tensão mínima C pu 3 utilizado no cálculo dos  
 índices de sensibilidade C equação 4.7 D - formato F5.3.  
**DELT** Critério de convergência do valor da perda C MW } -  
 formato F5.3.  
**VSTEP** Delta de tensão utilizado na restrição da região de  
 linearização C equação 2.33 } - formato F5.3.  
**TSTEP** Delta de tap utilizado na restrição da região de  
 linearização C equação 2.33 D - formato F5.3.  
**QSTEP** Delta de potência reativa C MVarO utilizado na restrição  
 da região de linearização C equação 2.333 - formato F6.2.  
**FC** Fator de carga - formato F5.3.  
**CG** Custo de geração C\$/MVD - formato F8.3.  
**BASEC** Base de custo - formato F7.0.

## LINHA 4

**NC** Número de padrses de bancos de capacitores C máx = 4 D.  
**BC1** Potência reativa do banco de capacitor padrão 1 -  
 formato F6.2.  
 BC2, BC3 e BC4 - similar BC1 .

## LINHA 5

**CB1** Custo unitário de investimento anual da potência reativa  
 C\$/MVar.ano} do banco de capacitor padrão 1 CBC1D -

formato F8.3.

CB2, CB3 e CB4 - similar CB1.

LINHA 6 :

NBCI - Número da barra indicada para alocação de bancos de capacitores.

QCM - Potência reativa CMVAiO máxima C existente + nova 3 que pode ser alocada na barra NBCI - formato F6.2.

CR - Custo unitário de investimento anual da potência reativa C\$/MVar.ano) de bancos novos na barra NBCI formato F10.3.

C.3 - ENTRADA DE DADOS VIA TECLADO

Uma vez composto o arquivo de dados, pode-se executar o programa. O primeiro conjunto de informações que o usuário deve fornecer, via teclado, é arquivo de dados, arquivo de salda, data e hora. Para que os dados sejam emitidos diretamente para a impressora, o arquivo de saída deverá ser PRN.

A segunda fase corresponde à especificação dos limites mínimo e máximo das tensões em barras de geração, considerando que essas barras podem ter limites diferentes, e alteração dos limites de tensões em algumas barras de carga, caso necessário. A Figura C1 ilustra essa etapa.

Caso as barras indicadas para alocação de potência reativa tenham sido indicadas no arquivo de dados, o programa inicia o processo iterativo. Caso contrário, são calculados os Índices de sensibilidade para que o usuário, com base nesses Índices e na sua experiência de planejamento de sistemas, indique em quais barras poderão ser alocados bancos de capacitores.

A Figura C.2 ilustra o conjunto de informações que e apresentado ao usuário nesse processo. As barras são exibidas na ordem decrescente dos índices de sensibilidade calculados.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEESP

PROGRAMA EXPVAR

LIMITES DE TENSÕES EM BARRAS DE GERAÇÃO

Barra	Nome	V (pu)	VGmin	VGmax
2	IEEE-6 c?	1100		

-jMENSAGEMJ

|SUBROTINA|  
EXPVAR

FIGURA C 1 - Tensão máxima > mínima em barras do *Yorciçzo*

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEESP

PROGRAMA EXPVAR

ESCOLHA DAS BARRAS PARA ALOCAÇÃO DOS BANCOS DE CAPACITORES						
Barra	Nome	Vnom.	MVA	E	CINDEX	<0K) N,F NBC
8	BARRA 8 13	13.8	e 40	8.484		1

-jMENSAGEMJ

|SUBROTINA|  
CHOOSE

FIGURA C. 2 - Escolha das barras candidatas

Teclando <ENTER>, a barra cujos dados estão sendo exibidos é

confirmada como barra candidata. Digitando-se N <ENTER> CNão3, a barra não será indicada, e serão exibidos os dados da barra com o índice de sensibilidade seguinte na ordem de apresentação, e todo o processo descrito se repete. Digitando-se F <ENTER> CFim0 finaliza-se o processo de exibição dos dados de barra segundo a ordem decrescente dos índices de sensibilidade.

O usuário tem a opção de escolher diretamente as barras, indicando o número da barra, conforme ilustra a Figura C.3. Quando o usuário informa o número da barra o programa verifica se essa barra pode ser indicada, ou seja, se essa barra é de carga, e apresenta os dados da barra para que o usuário confirme a indicação teclando <ENTER>. Cada vez que uma barra é escolhida, a variável NCB no lado direito da Janela interna de apresentação dos dados ilustrada nas Figuras C.2 e C.3 é atualizada indicando o número de barras escolhidas para alocação de bancos de capacitores.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
D E I S H

PROGRAMA EXPVAR

ESCOLHA DAS BARRAS PARA ALOCAÇÃO DOS BANCOS DE CAPACITORES

Barra Nome Vnom. MVar E CINDEX <0H),N NDC

Quer especificar outra barra ? S/(CR) S No :

-|MENSAGEM|

|SUBROTINA|  
CHOOSE

FIGURA C.9 - Escolha direta das barras candidatas

Uma vez escolhidas as barras para alocação dos bancos de capacitores, essas barras são ordenadas pelo programa em ordem



crescente de seus números internos e apresentadas uma a uma para que sejam especificados os limites máximos de potência reativa e os custos unitários de investimento anual (C\$/MVar. ano) da potência reativa nessas barras. A Figura C.4 ilustra essa etapa. No caso de não ser permitida a expansão da potência reativa instalada numa barra qualquer, o valor máximo de potência reativa a ser indicado para essa barra deverá ser igual ao valor existente informado.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
D E E S P

PROGRAMA EXPVAR

ESPECIFICAÇÃO DE CUSTOS E LIMITES DE POTENCIA REATIVA

Barra	Nome	Tensão	MVar	E	MVar	M	C (*MVar) ?
8	BARRA 8	13	13.8	2.40			

-| MENSAGEM |

| SUBROTINA (-  
EXPVAR

FIGURA C.4 - Limite máximo e custo da potência reativa

Finalizada a etapa de composição dos dados necessários, o programa inicia o processo iterativo, informando no vídeo a cada iteração um resumo do processo, conforme indicado na Figura C.5.

Obtida a convergência do processo iterativo, dá-se início à etapa de discretização dos valores de potência reativa alocada nas barras indicadas. Esse processo encontra-se exemplificado no Cap. 5, dispensando aqui qualquer descrição dessa etapa final.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEESP

PROGRAMA EXPVAR

-j ITERACAO	IPERDAS (MU)	- DIFERENÇA f-	F OBJETIVO	-jSUBROTINA f-
	3.58388800	-0.00954	73.33339B	ESCREV

FIGURA C.5 - Informação do processo iterativo da solução

||

APÊNDICE D

RELATÓRIOS DA ANÁLISE DO SISTEMA IEEE 6 BUS SYSTEM

|| \_\_\_\_\_ - - , \_\_\_\_\_ ||

D. 1 - CONDIÇÃO DE CARGA MÁXIMA

Program\* EXPVAR - DEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado i DEESP UFPE  
 Tel.: (081) 871-8255  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Maria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Manoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sisteaa	6
Barras de Geração	1
Barras de Carga	4
Hunero de Linhas no Sistena	5
Total de Transformadores	2
Transformadores con Tap Variável	2
Transfomadores coi Tap Fixo	0
Critério de Convergência (HW ou HVAR)	1000
Carga Total (HU)/(HVAR)	135.00 / 36.00
Perdas Ativas (HU)	11.62
Iterações	4
Barra de Referencia Ho/Nome	1 / IEEE-6 1

Relatório por ordem de BARRAS

FLUXO DE CARGA INICIAL

X-----O, (i, B, ... -										X-----Fluxo nas Linhas						
Oa	+-----Tensão-----+			+-----Geração-----+		f-----Carga-----		• CAPREA	+-----Resíduos-----+		Para					
Barra	Nbre	KV	PU	Ang.	( HU )	( HVAR )	( HU )	( HVAR )	( HVAR )	( HU )	( HVAR )	Bana	Nbre	Ativo	Reativo	TAP
1	IEEE-6 1	14.5	1.050	.00	96.52	38.19										
												4	IEEE-6 4	51.01	20.71	
												6	IEEE-6 6	45 51	17 40	
2	IEEE-6 2	151.8	1.100	-6.06	50.10	34.79			0	-0.91	000					
												3	IEEE-6 3	20.57	12.33	
												5	IEEE-6 5	29 63	22 46	
3	IEEE-6 3	11.8	.855-13.81		.00	.00	55.00	13	0	-0.08	.061					
												2	IEEE-6 2	-17.13	-7.34	
												4	IEEE-6 4	-37.86	-5.71	
4	IEEE-6 4	131.4	.952	-9.91						.089	-.016					
												1	IEEE-6 1	-48.81	-10.54	
												3	IEEE-6 3	37.86	8.38	1.100
												6	IEEE-6 6	10.87	2.18	
5	IEEE-6 5	12.4	.901	-13.39	.00	.00	30.00	18.		016	001					
												2	IEEE-6 2	-26.41	-15.15	
												6	IEEE-6 6	-3.61	-2.85	
6	IEEE-6 6	12.9	.933	-12.63			50 00	5.	.0	-0.006	001					
												1	IEEE-6 1	42.86	-6.31	
												4	IEEE-6 4	10.74	-1.62	
												5	IEEE-6 5	3.61	2.93	1 025
					<b>TOTAL</b>		146.62	72.98	135.00	36 00	-008	.046				

Relatório de DADOS ECONOMICOS

H BASE DE CUSTO 8760.000 H

ITERAÇÃO 1

## PARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACIORES

NBC	Barra	KOK	Vnoi	V(pu)	HVAr Exist	HVAr Haxin	HVAr Utili	Custo (\$/HVAr)	Custo Parcial (\$)
1	4	IEFE-6 4	138.0	.997	.00	5.00	4.57	.0000	.00000
H	6	1EEE-6 6	13.8	.980	00	5.50	5.63	0000	00000
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA							10.19	(\$) :(i)	.00000
CUSTO TOTAL DE PEROAS ATIVAS						8 97 (HU) X	1.0000	(\$/NW) :(2)	8 97007
CUSTO TOÍAL DO SISTEHA							(1)K2	(\$) :(3)	8.97007
CUSTO INICIAL DO SISTEHA						11.62 (MU) X	1.0000	(\$/NU) :(4)	11 61975
RESULTADO FINAL							(3)-(4)	li) :(5)	-2.64968

Relatório de DADOS ECONOMICOS

H BASE DE CUSTO 8760.000 »

ITERAÇÃO 2

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NBC	Barra	Nbre	Vnon	V(pu)	HVAr Exist	HVAr Haxin	HVAr Utili	Custo (\$/HVAr)	Custo Parcial (\$)
1	4	IEEE-6 4	138.0	1.000	.00	5.00	5.00	.0000	00000
2	6	IEEE-6 6	13.8	.979	.00	5.50	5.50	.0000	00000
CUSTO TOTAL OA POTENCIA REATIVA A0ICIONA0A							10.50	(\$) :(1)	.00000
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS						8.89 (MU) X	1.0000	(\$/MU) (2)	8.89063
CUSTO TOTAL DO SISTEHA							(1)+(2)	m (3)	8 89063
CUSTO INICIAL DO SISTEHA						11.62 (MU) X	1.0000	(\$/NU) :(4)	11 61975
RESULTA00 FINAL							(3)-(4)	(\$) :(5)	-2.72912

Relatório de DADOS ECONÓMICOS

« BASE DE CUSTO 8760 000 N

ITERAÇÃO 3

BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES											
NEC	Barra	Nome	Vnoi	V(pu)	HVar Exist	HVar Haxin	HVar Utili	Custo (\$/HVar)	Custo Parcial (\$)		
1	4	IEEE-6 4	138.0	1.000	.00	5 00	5.00	0000	00000		
2	6	IEEE-6 6	13.8	.982	.00	5.50	5.50	M 00	00000		
CUSTO TOTAL OA POTENCIA REATIVA ADICIONADA							10.50	(i)	:(1)	.00000	
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS						8.92 (HM H	M 000	(\$/HU)	:(2)	8 91961	
CUSTO TOTAL DO SISTEMA								(1)+(2)	(\$)	:(3)	8.91961
CUSTO INICIAL DO SISTEMA						11.62 (NU) X	10 000	(t/m)	:(4)	11.61975	
RESULTADO FINAL								(3)-(4)	(\$)	:(j)	-2.70014

Relatório de DADOS ECONOMICOS

H BASE DE CUSTO 8760 000 R

ITERAÇÃO 4

BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES											
NEC	Barra	Noie	Vnon	V(pu)	HVar Exist	HVar Haxin	HVar Utili	Custo (\$/HVar)	Custo Parcial (!)		
1	4	IEEE-6 4	138.0	1.000	.00	5.00	5.00	.0000	.00000		
S	6	IEEE-6 6	13.8	.979	.00	5.50	5.50	00 00	.00000		
CUSTO TOTAL OA POTENCIA REATIVA ADICIONADA							10.50	m	:(1)	.00000	
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS						8 89 (HU) X	1 0000	(* /NU)	:(2)	8 88993	
CUSTO TOTAL DO SISTEMA								(1)+(2)	(\$)	:(3)	8.88993
CUSTO INICIAL DO SISTEHA						11.62 (NU) X	1.0000	(I/MU)	:(4)	11 61975	
RESULTADO FINAL								(3)-(4)	(\$)	:(5)	-2.72982

Relatório do MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

SOLUÇÃO OTHA

Sistema Elétrico Analisado : IEEE 6 BUS SYSTEM - FULL LOAD LEVEL

Numero Total de Barras :	6	Numero de Barras de Geração :	1	NuBero de Barras de Carga	
Numero de linhas :	5	NuBero de Transformadores :	2	Transf. de Tap-variavel	
Fator de Perda :	1.000	Custo de Geração (\$/HU) :	.00«	Custo de Perdas (i/MU)	1
Hodelo Utilizado •	COMPLETO	Numero de Restrições :	15	Variáveis de Decisão :	15
Restrições Tipo dP=0 :	1- 5	Restrições Tipo dOL=0 :	6- 7	Restrições Tipo dQKdQCiax :	8- 9
Restrições Tipo dQG<dQGmax :	10- 11	Restrições Tipo dQDdQCmin :	12- 13	Restrições Tipo dQOdQGmin :	14- 15
Variáveis de Decisão dTeta :	1- 5	Variáveis de Decisão dML :	6- 9	Variáveis de Decisão dVG :	10- 11
Variáveis de Decisão dTap :	12- 13	Variáveis de Decisão dQOnew :	14- 15	Iterações Fluxo/Siaplex :	4
Iteração Conutacao Hodelo :	1	Iteração Controle de Passo :	3	Delta de perdas (HU) :	.0100
VSFEP :	.0250	TSÍEP :	.0500	QSIEP :	.0500

BARRAS ESCOLHIDAS PARA ALOCAÇÃO DOS BANCOS DE CAPACITORES

Barra	None	Vnoa(kV)	V (pij)	MVAr Exist	HVAr Maxia	Custo (\$/MVAr)
4	IEEE-6 4	138 0	1 000	.00	5 00	.00
6	IEEE-6 6	13.8	.979	.00	5.50	.00

OBSERVAÇÕES

- OS DADOS ABAIXO REFEREM-SE AO HODELO COH TRANSLAÇÃO DOS EIXOS COORDENADOS.
- O MODELO ORIGINAL POEE SER OBTIDO A PARTIR DOS VETORES AUXILIARES ÜHIN(J) E B(I) DAOS ABAIXO
- EXEHPL0 : X(J)=X'(J)+DHIN(J) ( VER FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO HODELO )
- OS GRUPOS DE RESTRIÇÕES E DE VARIÁVEIS DE DECISÃO ESTÃO EH ORDEM CRESCENTE OO NUMERO INTERNO DE BARRAS. A COORESPONDENCIA ENTRE NUHERO INTERNO E EXIERNO E DADA ABAIXO
- TODOS OS CUSTOS ESTÃO REFERIDOS NUMA BASE DE 8760

CORRESPONDÊNCIA BARRA INTERNA/EXTERNA, TIPO, ORDEM DE HESHO TIPO

Barra Interna	12	3	4	5	6	
Barra Externa	12	3	4	5	6	
Tipo de Barra	12	3	3	3	3	
Orden do Tipo	1	1	1	2	3	4

FUNCAO OBJETIVO : 8.83865 PERDAS (MU) : 8.88993 DIFER. . - 00070 DELTA : .010 ITER : 4

POSIÇÕES DE INICIO DAS LINHAS DA MATRIZ DE RESTRIÇÕES

Restricao/Linha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Posição Início	1	7	14	22	29	37	44	51	60	69	74	80	89	98	103

ELEMENTOS NAONULOS DA MATRIZ DE RESTRIÇÕES

Posição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Elemento A(I,J)	2.390	-8.09	-1.581	-.399	-.451	1 610	-.661	8.295	-7.633	-.105
Variável/Coluna	1	2	4	6	8	11	1	2	3	6
-----[ CONTINUAÇÃO ]-----										
Posição	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Elemento A(I,J)	-.382	-.533	-.375	-7.633	12.626	-2.303	382	1.118	-.464	-.952
Variável/Coluna	7	11	13	2	3	5	6	7	9	10
-----[ CONTINUAÇÃO ]-----										
Posição	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Elemento A(I,J)	.375	-1.400	4.822	-3.422	.277	-.014	-.750	-.013	-2.261	-3.422
Variável/Coluna	13	1	4	5	8	9	11	12	3	4
-----[ CONTINUAÇÃO ]-----										
Posição	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Elemento A(I,J)	7.515	-.632	.014	.461	-.765	.013	.613	-.995	.382	8 035
Variável/Coluna	5	7	8	9	10	12	1	2	3	6
-----[ CONTINUAÇÃO ]-----										
Posição	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Elemento A(I,J)	-7.633	-.575	-7.509	.863	-.877	014	4.462	-3.484	-1.217	-3.274
Variável/Coluna	7	11	13	1	4	5	8	9	11	12
-----[ CONTINUAÇÃO ]-----										
Posição	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Elemento A(I,J)	-.382	-1.112	.455	-7.633	12.626	-2.345	-2.464	7.776	-1.000	632
Variável/Coluna	2	3	5	6	7	9	10	13	14	3



EXPVAR - OEESP GSP UFPE CNPq

GLT HJPAC MACJr (081) 271-8255

*[ CONTINUAÇÃO ]										
Posição	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
Elemento ACI»Ji	-.014	-1.453	-2.261	-3.422	7.550	-1.679	3 448	-1 000	.165	.078
Variável/Coluna	4	5	7	8	9	10	12	15	3	5
*[ CONTINUAÇÃO ]										
Posição	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
Elemento A(I,J)	*2.878	-2.048	5.144	-.850	.399	.451	-.809	-1 f,8i	2.417	-.382
Variável/Coluna	7	9	10	1	2	4	6	8	11	2
*[ CONTINUAÇÃO ]										
Posição	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Elemento A(I,J)	-1.112	.455	-7.633	12.626	-2.345	-2.464	7/76	-i 000	.632	-.014
Variável/Coluna	3	5	6	7	9	10	13	14	3	4
[ CONTINUAÇÃO ]										
Posição	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
Elemento A(I,J)	-1 453	-2.261	-3 422	7 550	-1.679	3.448	-1.000	165	078	-2 878
Variável/Coluna	5	7	8	9	10	12	15	3	5	7
[ CONTINUAÇÃO ]										
Posição	101	102	103	104	105	106	107	108		
Elemento A(I,J)	2.048	5.144	-.850	.399	.451	- 809	-1 581	2 417		
Variável/Coluna	9	10	1	2	4	6	8	11		

DADOS REFERENTES AS VARIÁVEIS DE DECISÃO ...

Variável J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vetor Custo C	.000E+00	.000E+00	288E+03	000E+00	.201E+03	.100E+00	165E+02	000E+00	79E+01	- 194E+03
Vetor Delta X'	.4780	.3213	.3713	.3303	.3336	.1000	.1000	.1000	0792	.0336
Delta Hax. X'	.5236	.5236	.5236	.5236	5236	1000	1000	1000	1000	0336
Delta Hin. OHN	-.4628	-.3181	-.3681	-.3253	-.3293	-1.000	- 1000	- 1000	- 0821	- 0250
[ CONTINUAÇÃO ]										
Variável J	11	12	13	14	15					
Vetor Custo C	.000E+00	000E+00	000E+00	.000E+00	000E+00					
Vetor Delta X'	.0088	.0618	.0522	0500	.0482					
Delta Hax. X'	.0250	.1000	.1000	.0500	.0482					
Delta Min. OHN	-.0250	-.0500	-.0500	-.0500	- 0482					

DADOS REFERENTES AS RESTRIÇÕES... Tipo [ 0=EÓ, i=LE, -1=GE ]

Restrição I	i	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tipo Restrição	0	0.	0.	0	0	0	0	1.	1	1.
Vetor B'	.2896	-.5576	1.5666	-.1989	.4873	-.2419	.0845	.2031	-.1162	.3971
Vetor B	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	0000	.6379
Vetor Dual Y'	.921E+02	.110E+03	109E+03	.U0EW3	111E+03	336E+01	453EW	328E+01	430F*01	000E+00
[ CONTINUAÇÃO ]										
Restricao I	11	12	13	14	15					
Tipo Restrição	1.	-i.	-1.	-1.	-1					
Vetor B'	.5072	.2031	-.1162	-.8029	-.6928					
Vetor B	.8055		.0000	-.5621	-.3945					
Vetor Dual Y'	000F*00	0	.000E+00	000E+00	000F*00					

IEEE 6 BUS SYSTEM - FULL LOAD LEVEL

SFG 10/ 6/91 13: 0: 0 h EXPVAR Pagina 7

EXPVAR - OEtSP GSP UFPE CNPq

GLT HJPAC MAIJr (081) 271-8255

RESTRIÇÕES EFETIVAS ... C Linha significa não efetiva ]

Restrição	i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Linha eu INV	1	4	2	5	3	9	8	7	6	0	0	0	0	0	0

VARIÁVEIS BÁSICAS ... C Linha=-1,0 significa não básica no máximo e eu zero ]

Variável	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Linha ei INV	1	4	2	6	3	-1	-1	-1	5	-1	8	9	7	-1	-1

NUMERO DE ITERAÇÕES SIMPLEX : 20 DIMENSÃO MATRIZ INVERSA : 10

Proran EXPVAR - OEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : BEESP UFPE  
 Tel.: (081) 871-8255  
 Desenvolvido por : Geraldo Leite Torres  
 Orientadora : Haria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador : Manoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro : CNPq

Total de Barras no Sistema  
 Barras de Geração  
 Banas de Carga  
 Numero de Linhas no Sistema  
 Total da Transformadores  
 Transformadores com Tap Variavtl  
 Transformadores com Tap Fixo

Critério de Convergência (MU ou HVAR) .1000  
 Carga Total (HU)/(HVAR) 135 00 / 36.00  
 Perdas Ativas (MU) 8 89  
 Iterações 2  
 Barra de Referencia Ho/Nome 1 / IEEE-6 1

Relatório por ordem de BARRAS

30LUCAO SIMPLEX FINAL

X<sub>i</sub> ————— n<sub>3, j</sub> os dg Barra-

X ————— Fluxo nas Linhas

Da Barra	Nme	+ Tensão +			+ Geração +		+ Carga +		CAP/REA	t Resíduos* Para		Barra	Nome	Ativo	Reativo	TAP
		KV	PU	Ang.	( HW )	(hVAr)	( MU )	(MVar)	(HVar)	( HU )	(HVar)					
1	IEEE-6 1	15.2	1.100		93.79	41.36						4	IEEE-6 4	49.98	22.37	
												6	IEEE-6 6	43 81	18.99	
2	IEEE-6 2	156.5	1.134	-2.62	50.10	14 68						001	.000			
												3	IEEE-6 3	18.80	2 83	
												5	IEEE-6 5	31.30	11.85	
3	IEEE-6 3	13.8	1.000	-11.60			55 00	13.1				.002	- 004			
												2	IEEE-6 2	-16 77	12	
												4	IEEE-6 4	-38.24	-13.12	
4	IEEE-6 4	138 0	1.000	-8.73			.00	.00	5 0	- 001	- 038					
												1	IEEE-6 1	-48.00	-13.20	
												3	IEEE-6 3	38.24	15.29	.982
												6	IEEE-6 6	9.77	2.95	
5	IEEE-6 5	13.8	1.000	-11			30.00	18.				-018				
												2	IEEE-6 2	-28 84	-6.27	
												6	IEEE-6 6	-1.16	-11.71	
6	IEEE-6 6	13.5	.979	-10.89			50 00	5	5.3	-0.002	-0.090					
												1	IEEE-6 1	41.49	-9 23	
												4	IEEE-6 4	-9.66	-2.53	
												5	IEEE-6 5	1 16	12.12	946
TOTAL					143.89	56.05	135.00	36.00		-001	-.150					

GERALDO I.. TORRES

[APÊNDICE DJ

129.

D. 2 - CONDIÇÃO DE CARGA LEVE C 1/4. CARGA MÁXIMA )

Programa EXPVAR - DEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : DEESP UFPE  
 Tel.: (081) 271-8255  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Maria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Manoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sistema 6  
 Barras de Geração 1  
 Barras de Carga 4  
 Numero de Linhas no Sistema 5  
 Total de Transformadores 2  
 Transformadores com Tap Variável 2  
 Transformadores com Tap Fixo 0

Critério de Convergência (MU ou MVA) .1600  
 Carga Total (MU)/(MVA) 33.75 / 9 10  
 Perdas Ativas (HU) 1.31  
 Iterações 5  
 Barra de Referencia No./None 1 / IEEE-6 1

Relatório por ordem de BARRAS

FLUXO DE CARGA INICIAL

X-----Q<sub>i,j</sub> (i, j) (jarra-

X

X-----Fluxo nas Linhas-----)

Ba	Nome	KV	PU	Ang.	Geração ( MU )	( MVA )	Carga ( HU )	( MVA )	CAP/REA (HVA)	Resíduos ( HU )	MHVA	Para Barra	Ativo	Reativo	TAP
1	IEEE-6 1	14.5	1.050		22.56	-5.97									
												4 IEEE-6 4	11.55	-3.72	
												6 IEEE-6 6	11.01	-2.25	
2	IEEE-6 2	151.8	1.100	-2.84	12.50	18.10				026	.000				
												3 IEEE-6 3	6.76	9.39	
												5 IEEE-6 5	5.71	8.72	
3	IEEE-6 3	13.3	.966	-3.			13.75	3.35	.0	-0.11	-0.030				
												2 IEEE-6 2	-5.96	-8.23	
												4 IEEE-6 4	-7.78	4.91	
4	IEEE-6 4	145.6	1.055	-2.36						-0.23	.015				
												1 IEEE-6 1	-11.44	4.21	
												3 IEEE-6 3	7.78	-4.79	1.100
												6 IEEE-6 6	3.68	.56	
5	IEEE-6 5	14.3	1.035	-3.44	.00	.00	7.50	4.50	.0	-0.04	.000				
												2 IEEE-6 2	-5.46	-8.14	
												6 IEEE-6 6	-2.04	3.64	
6	IEEE-6 6	14.5	1.050	-3.11			12.50	1.25		006	.001				
												1 IEEE-6 1	-10.87	2.85	
												4 IEEE-6 4	-3.67	-.51	
												5 IEEE-6 5	2.04	-3.59	1.025
<b>TOTAL</b>					35.06	12.13	33.75	9.10			-0.15				

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

tt BASE OE CUSTO 8760.000 H

ITERAÇÃO 1

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS E CAPACITORES

NBC	Barra	None	Vnon	V(pu)	HVAr	Exist	HVAr	Haxin	HVAr	Utili	Custo	(\$/HVAr)	Custo	Parcial	(\$)	
	4	IEEE-6 4	138.0	.991			5.00		5.28							
	6	IEEE 6 6	13.8	.9/9			5.50		6.00							
CUSTO TOTAL DA POTENCIA UFA UVA ADICIONADA										11.28	(*)	:(1)				
CUSTO TOTAL OE PERDAS ATIVAS										.67	(HW)	X	1,	(\$/NW)	:(2)	.6A526
CUSTO TOTAL DO SISTEMA											(i)+(2)	(\$)	:(3)	.66526		
CUSTO INICIAL DO SISTEMA										1.31	(HW)	X	1.0000	(\$/HW)	:(4)	1 30865
RESULTADO FINAL											(3)-(4)	(i)	:(5)	-64338		

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

tt BASE DE CUSTO 8760.

ITERAÇÃO

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NBC	Barra	None	Vnon	V(pu)	HVAr	Exist	HVAr	Maxim	HW	r	Ut	li	Custo	(\$/MVA)	Custo	Parcial	(\$)
1	4	IEFF-6 4	138.0	.991		.00	5.00		3.50				.0000		.00000		
2	6	IFFE-6 6	13.8	.994		.00	5.50		5.51				.0000		.00000		
CUSTO TOTAL OA POTENCIA REATIVA ADICIONADA										9.01	(*)	:(1)	.00000				
CUSTO TOTAL OE PERDAS ATIVAS										.63	(NW)	X	i.0(	00	(\$/MU)	:(2)	.63144
CUSTO TOTAL DO SISTEMA											(i)+(2)	(\$)	:(3)	.63144			
CUSTO INICIAL DO SISTEMA										1.31	(iiU)	X	1.0000	(i/m)	:(4)	1.30865	
RESULTADO FINAL											(3)-(4)	(\$)	:(5)	-67720			

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

« BASE DE CUSTO 8760 000 H

ITERAÇÃO 3

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NBC	Barra	Noie	Vnon	V(pu)	MVAr	Exist	HVAr	Haxin	MA	Utili	Custo (\$/MVAr)	Custo Parcial (\$)
i	4	IEEE-6 4	138 0	.986	.00		5.00			-.02	.0000	.00000
8	6	IEEE-6 6	13.8	.978	.00		5.50			5.15	.0000	00000
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA										5 15	(\$) (1)	00000
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS										.71 (HW) X	1.0000 (S/MU) (2)	.70985
CUSTO TOTAL DO SISTEMA										(1)H8	1%) : (3)	70985
CUSTO INICIAL DO SISTEHA										1.31 (MU) X	1.0000 (\$/HU) : (4)	1 30065
RESULTADO FINAL										(3)-(4)	(\$) : (5)	-59880

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

H BASE DE CUSTO 8760.000 »

ITERAÇÃO 4

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

KBC	Barra	Noie	Vnora	V(pu)	MVAr	Exist	MVAr	Haxim	HVAr	Utili	Custo U/MVAr)	Custo Parcial (\$)
i	4	IEEE-6 4	138.0	.995	.00		5.00			4.95	.0000	00000
8	6	IEEE-6 6	13.8	.995	.00		5.50			5.49	M N	.00000
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA AOICIONADA										10.44	(\$) : (1)	.00000
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS										.63 (MU) X	1.0000 (\$/NU) : (2)	.62641
CUSTO TOTAL OO SISTEHA										(1)+(2)	(\$) : (3)	.62641
CUSTO INICIAL DO SISTEHA										1.31 (MU) X	1.0000 (\$/MU) (4)	1.30865
RESULTADO FINAL										(3)-(4)	(\$) : (5)	- 68224

Programa EXPVAR - DEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : DEESP UFPE  
 Tel.: (081) 271-8255  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Maria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Manoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sistema	6
Barras de Geração	1
Barras de Carga	4
Hero de Linhas no Sistema	5
Total de Transformadores	2
Transformadores com Tap Variável	2
Transformadores com Tap Fixo	0
Critério de Convergência (MU ou HVar)	.1000
Carga Total (HU)/(HVar)	33.75 / 9.10
Perdas Ativas (MU)	63
Iterações	3
Barra de Referencia No /None	1 / IEEE-6 1

Relatório por ordem de BARRAS

SOLUÇÃO SIMPLEX FINAL

X-----Dados de Barra*-----X											X-----Fluxo nas Linhas-----X				
Da Barra	Nbre	+-----Tensão-----+			+-----Geração-----+	+-----Carga-----	• CAP/REA	•-----Resíduos-----*	Para	Barra	Noie	Ativo	Reativo	TAP	
		KV	PU	Ang.	( HU )	( HVar )	( HW )	( HVar )	( HVar )	( HU HMVar )					
1	IEEE-6 1	13.8	1.1		21.88	-195	.00	.00	.0	.000					
											4	IEEE-6 4	11.79	-82	
											6	IEEE-6 6	10.08	-113	
2	IEEE-6 2	141.4	1.025	-.53	12.50	2.60									
											3	IEEE 6 3	4.37	-44	
											5	IEEE-6 5	8.17	3.04	
3	IEEE-6 3	13.8	1.000	-3.27			13.75	3.35			-	001			
											2	IEEE-6 2	-4.24	.64	
											4	IEEE-6 4	-9.52	-3.98	
4	IEEE-6 4	137.3	.995	-2.55					4.9	013	001				
											1	IEEE-6 1	-11.68	1.34	
											3	IEEE-6 3	9.52	4.13	
											6	IEEE-6 6	2.15	-57	
5	IEEE-6 5	13.6	.984	-3.01			7.50	4.50		031	001				
											2	IEEE-6 2	-7.97	-2.58	
											6	IEEE-6 6	.44	-1.92	
6	IEEE-6 6	13.7	.995	-3.09	.00		12.50	1.25	5.4	038	000				
											1	IEEE-6 1	-9.96	1.66	
											4	IEEE-6 4	-2.14	.59	
											5	IEEE-6 5	-44	1.94	
														005	
					TOTAL		34.38	.65	33.75	9.10					
										.048	.001				



APÊNDICE E

RELATÓRIOS DA ANÁLISE DO SISTEMA REAL DEESP 12 BARRAS

E.1 - ANÁLISE DO ANO 1003 - FINAL

Programa EXPVAR - OEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizo : DEESP UPPE  
 Tel.: (081) 271-8255  
 Desenvolvido por : Geraldo Leite Torres  
 Orientadora : Haria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador : Manoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro : CNPq

Total de Barras no Sistema	12
Barras de Geração	
Barras de Carga	11
Numero de Linhas no Sistema	7
Total de Transformadores	7
Tiansforriadores com Tap Variável	0
Transformadores com Tap Fixo	7
Critério de Convergência (HW ou HVAr)	0100
Carga Total (HU)/(HVAr)	3 1 0 0 / 13.54
Perdas Ativas (KW)	4.66
Iterações	8
Barra de Referencia Ho Nome	1 / BARRA 1 69

Relatório por ordem de BARRAS

FLUXO OE CARGA INICIAL

X-----Dados de Barra-----

X-----Fluxo nas Linhas-----)

Da Barra	Nme	+ Tensão *			+ Geração +		- Carga - +		CAP/REA	+ Resíduos +		Para				
		KV	PU	Ang.	( MJ )	(HVAr)	( HW )	(HVAr)	(HVAr)	( HW )	(HVAr)	Barra	Home	Ativo	Reativo	TAP
1	BARRA 1	72.0	1.043	.00	35.66	14.97	.00	00	.0	.000	.000	2	BARRA 2	18 06	4 98	
												7	BARRA 7	17 60	9 99	
2	BARRA 2	68.5	.993	-1.31	.00	.00			.0	-0.02	-0.01	1	BARRA 1	-17.30	-4 64	
												3	BARRA 3	2.30	1.19	.975
												4	BARRA 4	15.00	3.45	
3	BARRA 3	13.9	1.004	-2 98	.00	.00	2.30	1.11	.0	.001	.000	2	BARRA 2	-2.30	-1 11	
4	BARRA 4	67.5	.979	-1.65	.00	.00		00	.0	.000	.000	2	BARRA 2	-14 81	-3.39	
												5	BARRA 5	3.41	1.44	
												7	BARRA 7	11.40	1.95	
5	BARRA 5	67.5	.978	-1.68	.00	.00			0	.000	.000	4	BARRA 4	-3.40	-1 47	
												6	BARRA 6	1.90	.98	.975
												11	BARRA 11	1.50	.49	
6	BARRA 6	13.7	.991	-3.11	.00	.00	1.90	9H				5	BARRA 5	-1.90	- 92	
«7	BARRA 7	61.5	.892	-4.78	.00	.00			.0	-0.04	-0.01	1	BARRA 1	-15 75	-8 14	
												4	BARRA 4	-10 49	-1.78	
												8	BARRA 8	8.10	2.89	.925
												8	BARRA 8	8.10	2.89	.925
												9	BARRA 9	10.04	4.15	
8	BARRA 8	13.1	.946	-8.03			16.20	6 90	21	.000	.002	7	BARRA 7	-8.10	-2.38	
												7	BARRA 7	-8.10	-2.38	
9	BARRA 9	55.0	.797	-6.76					.0	.008	.002	7	BARRA 7	-9 11	-3 91	
												10	BARRA 10	4.55	1.95	.925
												10	BARRA 10	4.55	1 95	.925
10	BARRA 10	11.5	.835-11.47		.00	.00	9.10	3.1		.000	.003	9	BARRA 9	-4.55	-1.52	
												9	BARRA 9	-4.55	-1.52	

y-----Dados de Barra-----X  
 X-----FIUKO nas Linhas-----X

Da Barra	Moie	+-----Tensão-----+			+-----Geração-----+	+-----Carga-----+	CAP/REA	+-----Resíduos-----+	Para	Barra	Noie	Ativo	Reativo	TAP	
		KV	PU	Ang.	< HU ) (HVar)	( HU ) (HVar)	(MVar)	( HU )(MVar)							
11 BARRA	11	67.2	.974	-1.82	.00	.00	00	00	0	000	000				
												5 BARRA	5	-1.5«	-.77
												12 BARRA	12	1.50	.77 1 000
12 BARRA	12	13.3	.964	-3.01	.00	.00	1.50	.73	0	.000	.000				
												ii BARRA	11	-i 50	-.73
TOTAL					35.66	14.97	31.00	13	54						

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

H BASE DE CUSTO 10000.000 II

ITERAÇÃO i

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NBC	Barra	Nme	Vnoa	V(pu)	KVAr Exist	HVAr Maxim	HVAr Utili	Custo (\$/HVAr)	Custo Parcial (\$)	
1	3	BARRA 3	13	13.8	1.020	.00	6.00	.00	9310	00000
2	8	BARRA 8	13	13.8	1.049	2.40	12.00	10.55	.9310	7.58340
3	10	BARRA 10	13	13.8	.978	1.20	6.00	5.20	9310	3.72644
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA							12.15	(\$)	:(1)	11.30984
CUSTO TOTAL DE PERDAS A1IVAS						3.59 (MU) x	17.4630	(I/KU)	:(2)	62.62034
CUSTO TOTAL DO SISTEMA								(1)+(2)	(!) (3)	73.93018
CUSTO INICIAL DO SISTEMA						4.66 (MU) x	17.4630	d/H1>	(4)	81 40134
RESULTADO FINAL							13)-(4)	(*)	:(5)	-7.47115

## RELAÇÃO DE BARRAS COM TENSÕES VIOLADAS

NVT	BARRA	NOME	VHIN(pu)	V (pu)	VMAX(pu)	DELTV(pu)	
1	9	BARRA 9	69	.9000	.8992	1.0500	.00077
TOTAL DE TENSÃO VIOLADA (pu)						.00077	

Relatório de DADOS ECONÓMICOS

K BASE DE CUSTO 10000.000 tt

ITERAÇÃO 2

## PARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS HE CAPACITORES

NPC	Barra	Nome	Vnos	V(pu)	MVAr	Exist	HVAr	Máx m	HVA • Utili	Custo (\$/MVAr)	Custo Parcial (\$)
1	3	PARRA 3	13	13.8	1.019	.00	6.00		00	.9310	00000
2	8	BARRA 8	13	13.8	1.040	2.40	12.00		9.15	.9310	6 28176
3	10	BARRA 10	13	13.8	.984	1.20	6.00		5.99	.9310	4 46404
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA									11.54	(\$) :(i)	10 74580
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS							3.58 (HU) x	17.4630	(i/MU) :(2)	62 59146	
CUSTO TOTAL DO SISTEMA									(i)+(2) (!) (3)	73 33725	
CUSTO INICIAL DO SISTEMA							4.66 (HU) x	17.4630	(\$/MU) :(4)	81 40134	
RESULTADO FINAL									(3)-(4) d) :(5)	-8 0 6 408	

Relatório de DADOS ECONÓMICOS

H BASE DE CUSTO 10000 000 II

ITERAÇÃO 3

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NPC	Barra	Nome	Vnos	V(pu)	MVAr	Exist	MVAr	Haxin	MVAr	Utili	Custo (\$/HVAr)	Custo Parcial (\$)
1	3	BARRA 3	13	13.8	1.019	.00	6.00		00		9310	00000
2	8	BARRA 8	13	13.8	1.040	2.40	12.00		9 14		.9310	6 27263
3	10	BARRA 10	13	13.8	.984	1.20	6.00		á 00		.9310	4.46880
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA									li 54	(\$) :(1)	10 74143	
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS							3.58 (MU) x	17 4630	(\$/MU) :(2)	62 57480		
CUSTO TOTAL DO SISTEMA									(1)+(2J) (\$) .(3)	73.316P3		
CUSTO INICIAL DO SISTEHA							4.66 (HW) x	17 4630	(i/m) :(4)	81.40134		
RESULTAM FINAL									(3)-(4) d) :(5)	-8.08510		

Prograia EXPVAR - OEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : BEESP UFPE  
 Tel.: (081) 271-8255  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Haria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Manoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sistema 12  
 Barras de Geracao 0  
 Barras de Carga 11  
 Numero de Linhas no Sistema 7  
 Total de Transformadores 7  
 Transformadores con Tap Variavel 0  
 Transformadures com Tap Fixo 7  
 Critério de Convergência (MJ ou HVar) 0100  
 Carga Total (HU)/(HVar) 31 00 / 13.54  
 Perdas Ativas (HW) 3.58  
 Iterações 2  
 Barra de Referencia No Nome 1 / BARRA 1 69

Relatório por ordem de BARRAS

SOLUCAO SIMPLEX FINAL

X-----Dados de Barra-----											-X				
											X-----Fluxo nas Linhas-----				
Da	+-----Tensão-----*			+-----Geracao-----+	+-----Carga-----+	CAP/REA	*--Resíduos--*		Para				-X		
Barra	Nome	KV	PU	Ang.	( HW )	(MVar)	! HW )	(HVar)	(HVar)	( HW XHVar)	Barra	Nome	Ativo	Reativo	TAP
1	BARRA 1	72.0	1.043	.00	34.58	.34		.00	.0	000	000	2 BARRA 2	16.52	-.91	
												7 BARRA 7	18 06	1.26	
2	BARRA 2	69.5	1.008	-1.87	.00	.00						1 BARRA 1	-15.93	1.11	
												3 BARRA 3	2.30	1.19	.975
												4 BARRA 4	13.63	-2 30	
3	BARRA 3	14.1	1.019	-3.50	00	.00	2.30	111		000	000	2 BARRA 2	-2.30	<u>-i.i</u>	
										002					
4	BARRA 4	68,9	.998	-2.42	.00	.00						2 BARRA 2	-13 48	2.38	
												5 BARRA 5	3 41	1.43	
												7 BARRA 7	10 07	-3 75	
5	BARRA 5	68.8	.998	-2.46	.00	.00			.0	.000	.000	4 BARRA 4	-3.40	-1.45	
												6 BARRA 6	1.90	.98	.975
												11 BARRA 11	1.50	.48	
							1.90								
6	BARRA 6	14.0	1.011	-3.82	.00	.00				.002	.001	5 BARRA 5	-1.90	-.98	
7	BARRA 7	65.9	.955	-7.08	.00	.00						í BARRA 1	-16.61	-.08	
												4 BARRA 4	-9.33	3.71	
												6 BARRA 8	8.10	-1.09	.985
												8 BARRA 8	8.10	-1.09	.985
												9 BARRA 9	9.75	-1 45	
8	BARRA 8	14.4	1.040	-9.04	.00		16 80	6.90	99		-0.02	7 BARRA 7	10	1 49	
												7 BARRA 7	10	1.49	
9	BARRA 9	68.1	.900	-10.90								7 BARRA 7	-9.10	1.35	
												10 BARRA 10	4.55	-.68	.925
												10 BARRA 10	4 55	-.68	.925
10	BARRA 10	13.6	.984	-14.44			9 10	31	5 8		-0.04	9 BARRA 9	-4.55		
												9 BARRA 9	-4.55		

X-----Dados de Barra-----X											X-----Fluxo nas Linhas-----X					
Da	+-----Tensão-----+			*-----Geração-----+		+-----Carga-----+		CAP/REA	*-----Resíduos*-----		Para	Barra	Home	Ativo	Reativo	TAP
Barra	Nome	KV	PU	Ang.	(MM)	(HVAr)	(MI)	(HVAr)	(HVAr)	(HU)	(HVAr)					
11	BARRA 11	68.6	.994	-2.59	00	.00	00	00	0	.000	000					
												5	BARRA 5	-1.50	-.77	
												12	BARRA 12	1.50	.77	1 000
12	BARRA 12	13.6	.984	-3.73	.00	.00	150	73	.0	000	.000					
												11	BARRA 11	-1.50	-.73	
TOTAL					34.58	.34	31.00	13.54		.001	-002					

Programa EXPVAR - OEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : DEESP UFPE  
 Tel.: (081) 271-8255  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Maria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Manoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sistesa 12  
 Barras de Geração 1  
 Barras de Carga 11  
 Número de Linhas no Sistema 7  
 fôtal de Transformadores 7  
 Transformadores com Tap Variável 0  
 Transformadores com Tap Fixo 7

Critério de Convergência (MU ou HVAr) 0.00  
 Carga Total <NU>/<NVAr> 3100/ 13.54  
 Perdas Ativas (HU) 3.58  
 Iterações 5  
 Barra de Referencia No Nome 1 / BARRA 1 69

Relatório por ordem de BARRAS

SOLUÇÃO DISCRETIZADA

X-----Dados de Barra-

H

Fluxo nas Linhas-

Da Barra	Nme	Tensão		Geração		Carga		CAP/REA	+-Resíduos+-		Para Barra	Nme	Ativo	Reativo	TAP	
		KV	PU	Ang.	( MU )	(HVAr)	( HU )	(HVAr)	( MU	HHA						
1	BARRA 1	72.0	1.043	.00	34.58	-3.2	.00	.00				2	BARRA 2	16 47	-1.18	
												7	BARRA 7	18 11	.87	
2	BARRA 2	69.6	1.009	-1.90	.00	.00	.00	.00	.004	.002		1	BARRA 1	-15.88	1.38	
												3	BARRA 3	2.30	1.19	.975
												4	BARRA 4	13.58	-2 57	
3	BARRA 3	14.1	1.020	-3.52	.00	.00	2.30	1.11	.000	.000		2	BARRA 2	-2 30	-1 11	
									.00	.003	.002					
4	BARRA 4	68.9	.999	-2.46	.00	.00						2	BARRA 2	-13.43	2.59	
												5	BARRA 5	3 41	1.42	
							.00	.00	.0	.000	.000	7	BARRA 7	10 02	-4.02	
5	BARRA 5	68.9	.998	-2.49	.00	.00						4	BARRA 4	-3 40	-1.45	
												6	BARRA 6	1.90	.9J	.975
							1.90	W	.0	.000	.000	11	BARRA 11	1.50	.48	
6	BARRA 6	14.0	1.012	-3.86	.00	.00			.0	-0.004	-0.001	5	BARRA 5	-1.90	-0.92	
								M								
7	BARRA 7	66.1	.957	-7.18	.00	.00						1	BARRA 1	-16.65	.31	
												4	BARRA 4	-9.28	3.98	
												8	BARRA 8	8 10	-1.39	.925
												8	BARRA 6	8.10	-1.39	.925
												9	BARRA 9	9.74	-1.51	
8	BARRA 8	14.4	1.045	-9.93			16 20	6.1	10 5							
												7	BARRA 7	-8 10	1 79	
												7	BARRA 7	-8.10	1.79	
9	BARRA 9	62.3	.903	-11.1												
												7	BARRA 7	-9.09	1.40	
												10	BARRA 10	4.55	-0.70	.925
												10	BARRA 10	4.55	-0.70	.925
10	BARRA 10	13.6	.988	-14.51	.00	M	9.10		5 9	- 002		9	BARRA 9	-4.55	.99	
												9	BARRA 9	-4.55	.99	



X-----Dados de Barra-----X

X-----Fluxo nas Linhas----->

Da Barra	Nome	KV	Tensão PU	Ang.	Geração ( MU )	(MVA <sub>r</sub> )	Carga ( MU )	(HVA <sub>r</sub> )	C AP/REA (HVA <sub>r</sub> )	Resíduos ( HU )	(HVA <sub>r</sub> )	Para Barra	Nome	Ativo	Reativo	TAP
11	BARRA 11	68.7	.995	-2.63	.00	.00	.00	.00	0	.000	.000					
												5 BARRA 5		-1.50	-.77	
												12 BARRA 12		1.50	.77	1
12	BARRA 12	13.6	.985	-3.77	.00	.00	1.50	.73	.0	.000	.000					
												11 BARRA 11		-1.50	-.73	
TOTAL					34.58	-.32	31.00	13.54		- .00	- .011					

BARRAS ESPECIFICADAS PARA A IÇACAO DE BANCOS DE CAPACITORES

NBC	Barra	Nome	Vnon	V(pu)	HVA <sub>r</sub> Exist	HVA <sub>r</sub> Haxiin	HVA <sub>r</sub> Utili	Custo (i/HVA <sub>r</sub> )	Custo Parcial (\$)	
1	3	BARRA 3	13	13.8	1.020	0 x 1.20	6 00	0 x 1 20	9310	00000
2	8	BARRA B	13	13.8	1.045	1x 2.40	12.00	4x 2.40	.9310	6 70320
3	10	BARRA 10	13	13.8	.988	ix 1.20	6.00	5x 1.20	9310	4 46880
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA								12.00	(\$) (1)	11.17200
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS							3.58 (MM) x	17 4630 (\$/MU) :	(2)	62 44240
CUSTO TOTAL DO SISTEMA								(1)+(2)	(\$) :(3)	73.61440
CUSTO INICIAL BO SIS1EHA							4.66 (Hü) x	17. 4630 (* /MU) (4)		81 40134
RESULTADO FINAL								(3)-(4)	(\$) Ai	-7.78693

GERALDO L. TORRES

(APÊNDICE E)

E. 2 - ANALISE DO ANO 1 001 - INICIAL

Prograia EXPVAR - DEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : DEESP UFPE  
 Tel.: (081) 271-8855  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Haria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Hanoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sistema	10	
Barras de Geração	0	
Barras de Carga	9	
Numero de Linhas no Sistema	6	
Total de Transformadores	6	
Transformadores con Tap Variável	0	
Transformadores com Tap Fixo	6	
Critério de Convergência (Mi ou HVAr)	0100	
Carga Total (NU)/(NVAr)	2470 /	10.74
Perdas Ativas (HW)	2.55	
Iterações	6	
Barra de Referencia No/Note	1 /	BARRA 1 69

Relatório por ordea de BARRAS

FLUXO DE CARGA INICIAL

X-----Dados de Barra-

X-----Fluxo nas Linhas-

Da Barra	Nme	+-----Tensão-----+			+-----Geração-----+		+-----Carga-----+		CAP/REA	+-----Resíduos-----+		Para				
		KV	PU	Ang.	( HW )	(HVAr)	(	(HVAr)	(hVAr)	HW	HHVAr	Barra	Noie	Ativo	Reativo	TAP
1	BARRA 1	72.0	1.043	.00	27.25	8.91				.000	.000					
												2	BARRA 2	13.40	2.65	
												7	BARRA 7	13.85	6.25	
2	BARRA 2	69.5	1.008	-1.08	.00	.00		.00	0	-.002						
												1	BARRA 1	-12.99	-2.62	
												3	BARRA 3	2.10	1.09	.975
												4	BARRA 4	10.90	1.53	
3	BARRA 3	14.1	1.020	-2.57	.00	.00	2.10	1.02								
												2	BARRA 2	-2.10	-i.02	
4	BARRA 4	68.9	.998	-1.37	.00	.00	.00			.002	.000					
												2	BARRA 2	-10.80	-1.55	
												5	BARRA 5	1.70	.83	
												7	BARRA 7	9.10	.71	
5	BARRA 5	68.8	.998	-1.38	.00	.06										
												4	BARRA 4	-1.70	-.87	
												6	BARRA 6	1.70	.87	.975
6	BARRA 6	14.0	1.013	-2.61	.00	.00	1.70	.82		.000	.000					
												5	BARRA 5	-1.70	-.82	
7	BARRA 7	64.5	.934	-4.01	.00	.00	.00			.003	-.001					
												i	BARRA 1	-12.80	-5.66	
												4	BARRA 4	-8.55	-.90	
												8	BARRA 8	6.90	2.16	.950
												8	BARRA 8	6.90	2.16	.950
												9	BARRA 9	7.55	2.2N	
8	BARRA 8	13.4	.970	-6.66			13.80	5.1	2.3							
												7	BARRA 7	-6.90	-1.81	
												7	BARRA 7	-6.90	-1.81	
9	BARRA 9	60.1	.071	-5.65					.6	.007	-.001					
												7	BARRA 7	-7.11	-2.49	
												10	BARRA 10	3.55	1.24	.950
												10	BARRA 10	3.55	1.24	.950
10	BARRA 10	12.4	.900	-8.85			7.10	3.02	1.0	-.001						
												9	BARRA 9	-3.1	-1.02	
												9	BAMA 9	-3.55	-1.02	
										.008	.000					

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

H BASE OE CUS IO 10000.000

tf

ITERAÇÃO 1

BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NBC	Barra	Nome	Vnon	V(pu)	HVAr Exist	HVAr Haxin	HVAr Utili	Custo (\$/HVAr)	Custo Parcial (\$)	
1	8	BARRA 8	13	13.8	.990	2 40	9.60	3 24	9310	.77934
2	10	BARRA 10	13	13.8	.949	1.20	6.00	3.62	.9310	2.25453
CUSTO TOTAL DA POTÊNCIA REATIVA A0ICIONA0A								3.26	(\$) :(1)	3.03387
CUSTO TOTAL DE PERDAS ATIVAS							2.29 (MU) x	17.4630 (\$/MU)	:(2)	40.06722
CUSIO TOTAL DO SISTEMA								(1)+(2)	(\$) :(3)	43.10109
CUSTO INICIAL DO SISTEHA							2.55 (MU) x	17.4630 (\$/HU)	:(4)	44.55229
RESULTAO FINAL								(3)-(4)	(\$) :(5)	-1.45120

RELAÇÃO DE BARRAS COM TENSÕES VIOLADAS

NVT	BARRA	NOME	VHIN(pu)	V (pu)	ViiAX(pu)	DELTV(pu)	
1	7	BARRA 7	69	.9500	.9497	1.0500	.00033
2	10	BARRA 10	13	.9500	.9493	1.0500	.00073
TOTAL DE TENSÃO VIOLADA (p-i)						00106	

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

H BASE DE CUSTO 10000.000 11

ITERAÇÃO 2

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NEC	Barra	Noue	Vnon	V(pu)	HVAr Exist	HVAr Haxiii	HVAr Utili	Custo U/MVAr)	Custo Parcial (\$)	
1	8	BARRA 8	13	13.8	.988	2.40	9 60	2.40	.9310	.00000
2	10	BARRA 10	13	13.8	.962	1.20	6.00	4.53	.9310	3.10171
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA							3.33		(\$) :(i)	3.10171
CUSTO TOTAL OE PERDAS ATIVAS						2.29 (MU) x	17.463«	(I/NU)	:(2)	39.98442
CUSTO TOTAL OO SISTEMA								(1)+(2)	(I) :(3)	43 08613
CUSTO INICIAL DO SISTEMA						2.55 (MU) x	17 4630	(\$/HU)	:(4)	44.55229
RESULTADO FINAL								(3)-(4)	(\$) (5)	-1.46616

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

H BASE OE CUSTO 10000.000 11

ITERAÇÃO 3

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NEC	Barra	Noue	Vnon	V(pu)	HVAr Exist	HVAr Haxin	HVA	Utili	Custo (\$/HVAr)	Custo Parcial (\$)
1	8	BARRA 8	13	13.8	.990	2.40	9.60	3.27	.9310	81050
2	10	BARRA 10	13	13.8	.950	1.20	6 00	3 64	.9310	2 27302
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA							3.31		(\$) :(1)	3.08352
CUSTO TOTAL OE PERDAS ATIVAS						2.28 (HW) x	17.4630	(I/HU)	:(2)	39.83729
CUSTO TOTAL OO SISTEHA								(1)+(2)	(\$) A3)	42 92081
CUSTO INICIAL OO SISTEHA						2.55 (NU) x	17 4630	(I/MJ)	:(4)	44.55229
RESULTADO FINAL								(3)-(4)	(\$) :(5)	-1.63148

Prograia EXPVAR - OEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : DEESP UFPE  
 Tel.: (081) 271-8255  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Haria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Hanoel Afonso de Carvalho Jr.  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sistema	M	
Barras de Geração	0	
Barras de Carga	9	
Numero de Linhas no Sistema	6	
Total de Transformadores	6	
Transformadores cot Tap Variável		
Transformadores com Tap Fixo		
Critério de Convergência (HU ou HVAr)	0100	
Carga Total (HW)/(HVAr)	24.70 /	10 74
Perdas Ativas (HU)	2.28	
Iterações	2	
Barra de Referencia No/Nome	1 / BARRA 1	69

Relatório por orde de BARRAS

ÜOLUCAO SIMPLEX FINAL

X-----Dados de Barra-

X.....Fluxo nas Linhas-----

Oa	+-----Tensão-----+			+---Geração---+		*---Carga---*		CAP/REA	*--Resíduos--*		Para	Barra	None	Ativo	Reativo	TAP
Barra	Nome	KV	PU	Ang.	( HU )	( HVAr )	( HW )	( HVAr )	( HVAr )	( NU )	(MVAR)	Barra	None	Ativo	Reativo	TAP
1	BARRA 1	72.0	1.043	.00	26.98	5.17				.000	.000					
												2	BARRA 2	13.01	1 15	
												7	BARRA 7	13.97	4.08	
2	BARRA 2	69.8	1.012	-1.23	.00	.00										
												1	BARRA 1	-12.64	-1.14	
												3	BARRA 3	2 10	1 09	.975
												4	BARRA 4	10 54	05	
3	BARRA 3	14.1	1.024	-2.70	.00	.00	2.10	1.02								
												2	BARRA 2	-2.10	-1.02	
4	BARRA 4	69.2	1.003	-1.57	00	00				.000	.002					
												2	BARRA 2	-10 46	-.08	
												5	BARRA 5	1.70	.83	
												7	BARRA 7	8 76	-.76	
5	BARRA 5	69.2	1.003	-1.58	00	.00					- .001					
												4	BARRA 4	-1.70	- .86	
												6	BARRA 6	1.70	.86	.975
6	BARRA 6	14.0	1.018	-2.79	.00	.00	1.70									
												5	BARRA 5	-1.70	- .82	
7	BARRA 7	65.5	.950	-4.61	.00	.00	.00		.0	-.003	- .002					
												1	BARRA 1	-13 02	-3 60	
												4	BARRA 4	-8.26	.51	
												8	BARRA 8	6.90	1.66	.950
												8	BARRA 8	6 90	1.66	.950
												9	BARRA 9	7.48	-.23	
8	BARRA 8	13.7	.990	-7.17			13.80	5.1		.000	-.001					
												7	BARRA 7	-6 90	-1 34	
												7	BARRA 7	-6.90	-1 34	
9	BARRA 9	62.2	.902	-7.15							-0.003					
												7	BARRA 7	-7.10	-.09	
												10	BARRA 10	3.55	.05	.950
												10	BARRA 10	3.55	.05	.950
10	BARRA 10	13.1	.950	-10.09	.00	.00	7.10	3.02	3.3	.000	.000					
												9	BARRA 9	-3.55	13	
												9	BARRA 9	-3.55	.13	
					TOTAL		26.98	5.17	24.70	10.74		.003				-.006

Programa EXPVAR - DEESP GSP UFPE  
 Usuário Autorizado : DEESP UFPE  
 Tel.: (081) 271-8255  
 Desenvolvido por Geraldo Leite Torres  
 Orientadora Maria Jose P. A. de Carvalho  
 Co-Orientador Manoel Afonso de Carvalho Jr,  
 Apoio Financeiro CNPq

Total de Barras no Sistema 10  
 Barras de Geração  
 Barras de Carga  
 Nuint l u de Linhas no Sistema  
 Total de Transformadores  
 Transformadores com Tap Variável  
 Transformadores com Tap Fixo  
 Critério de Convergência (MU ou HVAr) .9100  
 Carga Total (NU)/(HVAr) 24 70 / 10 74  
 Perdas Ativas (MU) 2 23  
 Iterações 6  
 Barra de Referencia Ho /NOBÍ 1 / BARRA 1 69

Relatório por ordem de BARRAS

SOUCAÚ 01SCREIIZA0A

X-----Dados dg Barra-

X-----Fluxo nas Linhas-----X

Oa	Barra	Nme	+-----Tensão-----+			+-----Geração-----+	+-----Carga-----+	CAP/REA	+-----Resíduos-----+	Para	Barra	Hme	Ativo	Reativo	TAP
			KV	PU	Ang.	( MU )	( MVAr )	( MU )	( HVAr )	( HVAr )	( MU )	(MVAr)			
1	BARRA	1	72.0	1.043		26.93	3.			.0					
											2	BARRA	2	12 86	43
											7	BARRA	7	14 07	a.97
2	BARRA	2	69.9	1.013	-1.30					000	.001				
												1	BARRA	1	-12.51 - .43
												3	BARRA	3	2 10 1.09 .975
												4	BARRA	4	10.41 - .66
3	BARRA	3	14.2	1.026	-2.77			2.10	1.02	.000					
												2	BARRA	2	-2.10 -1.02
4	BARRA	4	69.4	1.005	-1.67					.004	002				
												2	BARRA	2	-10.32 .63
												5	BARRA	5	1.70 83
												7	BARRA	7	8 62 -1.46
5	BARRA	5	69,3	1.005	-1.68					000	.000				
												4	BARRA	4	-1.70 - 86
												6	BARRA	6	1.70 .86 .975
6	BARRA	6	14.1	1.020	-2.89		.00	1.70	U i i	600	.000				
												5	BARRA	5	-1.70 - .82
7	BARRA	7	66.1	.957	-4.91					003	.005				
												1	BARRA	1	-13.14 -2.59
												4	BARRA	4	-8.13 1.21
												8	BARRA	8	6.90 .82 .950
												8	BARRA	8	6.90 .82 .950
												9	BARRA	9	7.47 - 27
8	BARRA	8	13.8	1.003	-7.41			13.80		4 8	-006				
												7	BARRA	7	-6.90 - .52
												7	BARRA	7	-6.90 - .58
9	BARRA	9	62.8	.910	-7.42					0 - 001	002				
												7	BARRA	7	-7.10 - .07
												10	BARRA	10	3.55 .03 .950
												10	BARRA	10	3 55 .03 .950
10	BARRA	10	13.2	.959	-10.30			7.10	3.02	3.3	-001	-005			
												9	BARRA	9	-3.55 .15
												9	BARRA	9	-3.55 IS
						TOTAL	26.93	3.40	24.70	10 74	005 - 001				

Relatório de DADOS ECONÔMICOS

N BASE DE CUSTO 10000.000 H

DISCHETIZACAO 1

## BARRAS ESPECIFICADAS PARA ALOCAÇÃO DE BANCOS DE CAPACITORES

NIC	Barra	Nome	Vnon	V(pu)	HVAr	Exist	HVAr	Haxin	HVAr	Ut ih	Custo (I/HVAr)	Custo Parcial (\$)
1	8	BARRA 8	13	13.8	1.003	í x 2.40	9.60	2 x 2.40			.9310	2.23440
2	10	BARRA 10	13	13.8	.959	1 x 1 20	6.00	3 x 1 20			.9310	2 23440
CUSTO TOTAL DA POTENCIA REATIVA ADICIONADA										4 80	(\$) :(1)	4 46880
CUSTO TOTAL OE PERDAS ATIVAS								2.23 (HW) x	17.4630	(\$/MW) :(2)	38.98752	
CUSTO TOTAL DO SISTEHA											(t) .13)	43 . 45 632
CUSTO INICIAL DO SISTEHA								2.55 (HW) x	17.4630	U/NW) :(4)	44 55229	
RESULTADO FINAL											(3)-(4) (\$) :(5)	-1 09597



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALSAÇ.O. & STOTT.B. & TINNEY.W. F. C1983D. Sparsity-Oriented Compensation Methods for Modified Network Solutions. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-102, No. 5, May, pp. 1050-1060.
- AOKI.K. & FAN,M. & NISHIKORI.A. C1988}, Optimal VAR Planning by Aproximation Method for Recursive Mixed-Integer Linear Programming. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.3, No. 4, November, pp. 1741-1747.
- CHAN,S. M. & BRANDWAJN,V. C1986}, Partial Matrix Refactorization. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-1, No. 1, February, pp. 193-200.
- DEEB.N. & SHAHIDEHPOUR,S. M. C1990D, Linear Reactive Power Optimization in a Large Power Network Using the Decomposition Approach. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 2, May, pp. 428-438.
- ELETROBRÁS. 09861). GCPS/CTST/GTCP, Critérios e Procedimentos para Planejamento de Sistemas de Transmissão - Documento Básico. RF. 001/86.
- FERNANDES,R. A. & LANGE.F. & BURCHET,R. C. & HAPP.H.H. & WIRGAU.K.A. C1983D, Large Scale Reactive Power Planning. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-102, No. 5, May, pp. 1083-1088.
- GARVER, L. L. 0970D, Transmission Network Estimation Using Linear Programming. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-89, No. 7, September/October, pp. 1688-1697.
- HADLEY,G. C19823 , Programação Linear. Editora Guanabara Dois S.A.
- HOBSON.E. 0980}, Network Constrained Reactive Power Control Using Linear Programming. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-99, No. 3, May/June, pp. 868-877.
- HORTON.J.S. & GRIGABY , L. L. C1984D. Voltage Optimization Using Combined Linear Programming & Gradiente Techniques. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-103, No. 7, July, pp. 1637-1643.

- IBA.K. & SUZUKI,K. & SUZIKI.K. C1988}. Practical Reactive Power Allocation/Operation Planning Using Successive Linear Programming. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.3, No. 2, May, pp. 558-566.
- IBARAKI , T. & OHASHI.T. & MINE,H. C1Q74D, A Heuristic Algorithm for Mixed-Integer Programming Problems. Mathematical Programming Study, Vol. 2, pp. 115-136.
- LAND,A. H. & POWELL,S. C1979}, Fortran Codes for Mathematical Programming : Linear, Quadratic and Discrete. John Wiley & Sons.
- LEE.T. H. & OBADINA.O. O. & HILL,E. P. & JONG,T. L. & PAN,C.T. C1985D, Capacitor Bank Planning for Possible System Contingencies. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No. 0, September, pp. 2361-2366.
- MAMANDUR,K. R. C. & CHENOWETH,R. D. C1981D, Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profiles and for Real Power Loss Minimization. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-100, No. 7, July, pp. 3185-3194.
- MONTICELLI ,A. C1983}, Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica. Editora Edgard Blücher Ltda.
- OBADINA.O. O. & BERG,G.J. C1988D. Determination of Voltage Stability Limit in Multimachine Power Systems. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.3, No.4, November, pp. 1545-1554.
- OBADINA.O. O. & BERG,G.J. C19892) , Var Planning for Power System Security. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.4, No. 2, May, pp. 677-686.
- QIU.J. & SHAHIDEHPOUR,S. M. C19875 , A New Approach for Minimizing Power Losses and Improving Voltage Profile,. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRs-2, No. 2, May, pp. 287-295.
- RAMOS, D.S. & DIAS.E.M. C1983) , Sistemas Elétricos de Potência Regime Permanente. Vol. 1 e 2, Editora Guanabara Dois S.A.

- RAO.S. S. C19792), Optimization : Theory and Applications. Wiley Eastern Limited.
- RIBEIRO, S. D. C. CIGOOD, Alocação ótima de Subestações e Determinação de Suas Áreas de Influencia. Dissertação de Mestrado, UFPb, Fevereiro.
- TINNEY, W. F. & BRANDWAJN, V. & CHAN, S. M. C1985}, Sparse Vector Methods. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No. 2. February, pp. 295-301.
- TORRES, G. L. & PONTES, M. J. & CARVALHO, M. A. 0990), Panorama dos Métodos de Refatorização Parcial de Matrizes Esparsas. Revista Rede, No. 5, Janeiro/Junho, APEE, Recife-PE.
- TORRES, G. L. & RIBEIRO, S. D. C. & CARVALHO, M. J. P. & CARVALHO Jr. M. A. C1991D, Optimal Substation Locations in Power Systems. TIMS XXX - SOBRAPO XXIII, Joint International Meeting, July 15-17, Rio de Janeiro.
- WAGNER, H. M. C1985}, Pesquisa Operacional. Prentice/Hall do Brasil.